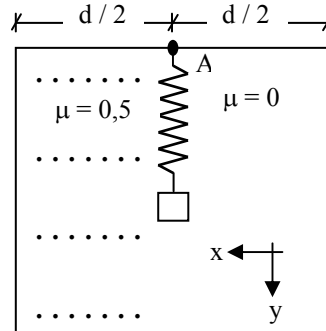


1) A figura abaixo ilustra um pequeno bloco e uma mola sobre uma mesa retangular de largura  $d$ , vista de cima. A mesa é constituída por dois materiais diferentes, um sem atrito e outro com coeficiente de atrito cinético  $\mu$  igual a 0,5. A mola tem uma de suas extremidades fixada no ponto A e a outra no bloco. A mola está inicialmente comprimida de 4cm, sendo liberada para que o bloco oscile na região sem atrito na direção  $y$ . Depois de várias oscilações, ao passar pela posição na qual tem máxima velocidade, o bloco é atingido por uma bolinha que se move com velocidade de 2 m/s na direção  $x$  e se aloja nele. O sistema é imediatamente liberado da mola e se desloca na parte áspera da mesa. Determine:

- a) o vetor quantidade de movimento do sistema bloco + bolinha no instante em que ele é liberado da mola;  
b) a menor largura e o menor comprimento da mesa para que o sistema pare antes de cair.

Dados: comprimento da mola = 25 cm;  
Constante elástica da mola = 10 N/cm;  
Massa da bolinha = 0,2 kg;  
Massa do bloco = 0,4kg;  
Aceleração da gravidade = 10 m/s<sup>2</sup>;



mesa vista de cima

**SOLUÇÃO IDEAL**

a) Uma vez que os valores medidos da direção  $y$  aumentam para baixo e diminuem para cima, então a situação de máxima velocidade ocorre quando a mola não está deformada e **o bloco está descendo (afastando-se do ponto A).**

Conservação de energia:  $\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow (1000)(0,04)^2 = (0,4)v_1^2 \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$

Como se trata de um choque, há a conservação da quantidade de movimento, o vetor quantidade de movimento do sistema depois do choque é igual ao vetor quantidade de movimento antes do choque:

$\vec{Q} = m_{\text{bolinha}} \cdot \vec{v}_{\text{bolinha}} + m_{\text{bloco}} \cdot \vec{v}_{\text{bloco}} \Rightarrow \vec{Q} = 0,4 \cdot \vec{i} + 0,8 \cdot \vec{j}$

b) Depois que o sistema entra na região com atrito o módulo da aceleração pode ser calculado por:

$F_{\text{res}} = F_{\text{at}} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \mu \Rightarrow a = 5,0 \text{ m/s}^2$

Conservação da quantidade de movimento em  $x$ :  $Q_{0x} = (m_{\text{bolinha}} + m_{\text{bloco}})v_{fx} \Rightarrow 0,4 = 0,6 \cdot v_{fx} \Rightarrow v_{fx} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$

Conservação da quantidade de movimento em  $y$ :  $Q_{0y} = (m_{\text{bolinha}} + m_{\text{bloco}})v_{fy} \Rightarrow 0,8 = 0,6 \cdot v_{fy} \Rightarrow v_{fy} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$

Se  $\theta$  é o ângulo que a linha do movimento final faz com o eixo  $x$ , então  $\text{tg}\theta = \frac{v_{fy}}{v_{fx}} = 2 \Rightarrow \text{sen}\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$  e  $\text{cos}\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Desta forma, as componentes das acelerações são:

i)  $a_x = a \cdot \text{cos}\theta \Rightarrow a_x = \sqrt{5} \text{ m/s}^2$

ii)  $a_y = a \cdot \text{sen}\theta \Rightarrow a_y = 2\sqrt{5} \text{ m/s}^2$

Deslocamento em  $x$ :  $v_{ox}^2 = 2 \cdot a_x \cdot x \Rightarrow \frac{4}{9} = 2(\sqrt{5})x \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{45} \text{ m}$

Deslocamento em  $y$ :  $v_{oy}^2 = 2 \cdot a_y \cdot y \Rightarrow \frac{16}{9} = 2(2\sqrt{5})y \Rightarrow y = \frac{4\sqrt{5}}{45} \text{ m}$

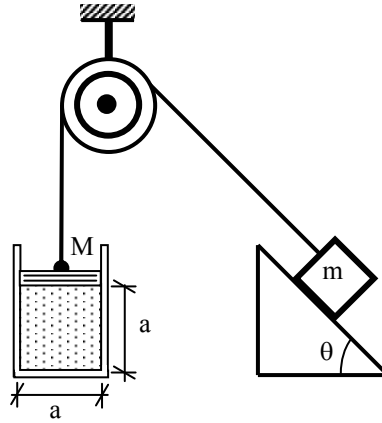
Assim, a menor largura e o menor comprimento são

i)  $\frac{d}{2} = x \Rightarrow d = \frac{4\sqrt{5}}{45} \text{ m}$

ii)  $\ell = y + \ell_0 \Rightarrow \ell = \frac{4\sqrt{5}}{45} + \frac{1}{4} \Rightarrow \ell = \frac{16\sqrt{5} + 45}{180} \text{ m}$

2) Em um recipiente, hermeticamente fechado por uma tampa de massa  $M$ , com volume interno na forma de um cubo de lado  $a$ , encontram-se  $n$  mols de um gás ideal a uma temperatura absoluta  $t$ . A tampa está presa a uma massa  $m$  por um fio que passa por uma roldana, ambos ideais. A massa  $m$  encontra-se na iminência de subir um plano inclinado de ângulo  $\theta$  com a horizontal e coeficiente de atrito estático  $\mu$ . Considerando que as variáveis estejam no Sistema Internacional e que não exista atrito entre a tampa  $M$  e as paredes do recipiente, determine  $m$  em função das demais variáveis.

Dados: aceleração da gravidade =  $g$ ;  
Constante universal dos gases perfeitos =  $R$ .



**SOLUÇÃO IDEAL**

Inicialmente deve-se observar que não é citado onde este experimento é realizado, se no vácuo ou em um local onde existe pressão atmosférica. Devido ao lado da pressão atmosférica não ser fornecido no enunciado, adotaremos que o experimento é realizado no vácuo.

Suponha que  $F$  é a tração no fio. Uma vez que o corpo está na iminência de subir:  $F = m.g.\text{sen } \theta + m.g.\mu.\text{cos } \theta$

Se  $P$  é a pressão do gás:  $P.V = n.R.T \Rightarrow P.a^3 = n.R.T$

Por outro lado, como a tampa do recipiente está em equilíbrio:

$$F + P.a^2 = M.g \Rightarrow m.g.\text{sen } \theta + m.g.\mu.\text{cos } \theta + \frac{n.R.T}{a} = M.g \Rightarrow m = \frac{M.g.a - n.R.T}{g.a(\text{sen } \theta + \mu.\text{cos } \theta)}$$

**Obs:** caso o experimento fosse realizado em um local onde a pressão atmosférica valesse  $P_0$  então encontraríamos como

resposta o valor  $m = \frac{M.g.a - n.R.T + P_0.a^3}{g.a(\text{sen } \theta + \mu.\text{cos } \theta)}$

3) Uma máquina térmica opera a 6000 ciclos termodinâmicos por minuto, executando o ciclo de Carnot, mostrado na figura abaixo. O trabalho desta máquina térmica é utilizado para elevar verticalmente uma carga de 1000 kg com velocidade constante de 10 m/s. Determine a variação da entropia no processo AB, representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$  e os processos termodinâmico reversíveis.



**SOLUÇÃO IDEAL**

Potência de um ciclo:  $\text{Pot} = F.v = 10^3.10.10 = 10^5 \text{ W}$

Como são realizados 6000 ciclos termodinâmicos por minuto, então o período de realização de um ciclo é:

$$t = \frac{1 \text{ min}}{6000} = \frac{60 \text{ s}}{6000} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

Desta forma, o trabalho realizado em um ciclo vale:  $W = \text{Pot}.t = 10^5 \frac{1}{100} = 10^3 \text{ J}$

Se  $Q_q$  e  $Q_f$  são, respectivamente, os calores das fontes quente e fria:  $\frac{|Q_q|}{|Q_f|} = \frac{T_q}{T_f} \Rightarrow \frac{|Q_q|}{|Q_f|} = \frac{600}{300} \Rightarrow |Q_f| = \frac{|Q_q|}{2}$

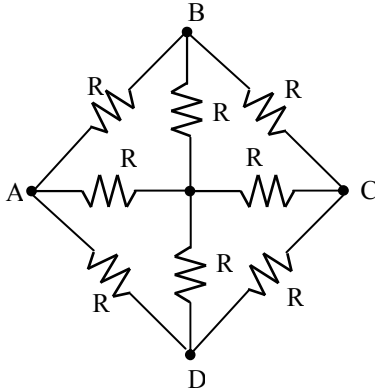
Assim:  $W = |Q_q| - |Q_f| = |Q_q| - \frac{|Q_q|}{2} = \frac{|Q_q|}{2} \Rightarrow |Q_q| = 2W = 2.10^3 \text{ J}$

Como no processo AB a temperatura é constante, a variação de entropia é dada por:

$$\Delta S = \frac{Q_q}{T_q} = \frac{2.10^3}{600} \Rightarrow \Delta S = \frac{10}{3} \text{ J/K}$$

4) A malha de resistores apresentada na figura ao lado é conectada pelos terminais A e C a uma fonte de tensão constante. A malha é submersa em um recipiente com água e, após 20 minutos, observa-se que o líquido entra em ebulição. Repetindo

as condições mencionadas, determine o tempo que a água levaria para entrar em ebulição, caso a fonte tivesse sido conectada aos terminais A e B.



**SOLUÇÃO IDEAL**

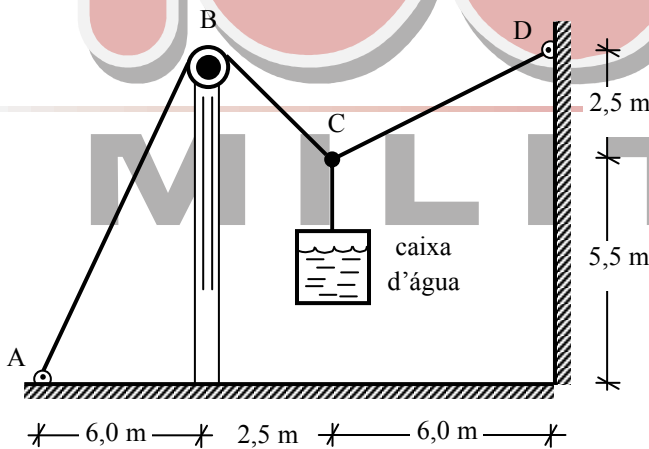
i) Para a fonte ligada entre os pontos A e C a resistência equivalente ao circuito vale:

$$R_{AC} = \frac{2}{3} \cdot R, \text{ enquanto que se a fonte for ligada entre os pontos A e B a resistência equivalente vale: } R_{AB} = \frac{8}{15} R.$$

ii) Como a fonte ligada entre os pontos A e C e entre os pontos A e B é a mesma conclui-se que o tempo de dissipação da energia térmica é proporcional à resistência elétrica do circuito, portanto:

$$\frac{\Delta t_{AB}}{\Delta t_{AC}} = \frac{R_{AB}}{R_{AC}} \Rightarrow \frac{\Delta t_{AB}}{20} = \frac{\frac{8}{15}R}{\frac{2}{3}R} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{24 \times 20}{30} = 16 \text{ min}$$

5) A figura abaixo mostra uma caixa d'água vazia, com peso de 125 kgf, sustentada por um cabo inextensível e de massa desprezível, fixado nos pontos A e D. A partir de um certo instante, a caixa d'água começa a ser enchida com uma vazão constante de 500 L/h. A roldana em B possui atrito desprezível. Sabendo que o cabo possui seção transversal circular com 1 cm de diâmetro e que admite força de tração por unidade de área de no máximo 750 kgf/cm<sup>2</sup>, determine o tempo de entrada de água na caixa, em minutos, até que o cabo se rompa.



**SOLUÇÃO IDEAL**

Sejam  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente, as trações nas partes BC e CD do cabo.

Se P é o peso (a qualquer instante) da caixa d'água, no equilíbrio temos que:

$$\begin{cases} T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = T_2 \frac{12}{13} \\ T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + T_2 \frac{5}{13} = P \end{cases} \Rightarrow T_1 = \frac{12\sqrt{2}}{17} P \text{ e } T_2 = \frac{13}{17} P$$

Como  $T_1 > T_2$ , então cabo que se romperá será o BC.

$$\text{Assim: } T_1 = \frac{12\sqrt{2}}{17} P \Rightarrow F.g \frac{\pi D^2}{4} = \frac{12\sqrt{2}}{17} P \Rightarrow 750 \cdot 10 \frac{(3,14)(1^2)}{4} = \frac{12(1,4142)}{17} P \Rightarrow P = 5897,77 \text{ N}$$

Como o peso de 1 litro de água é igual a 1 quilo, então a vazão vale 500 kg/h = 5000 N/h:

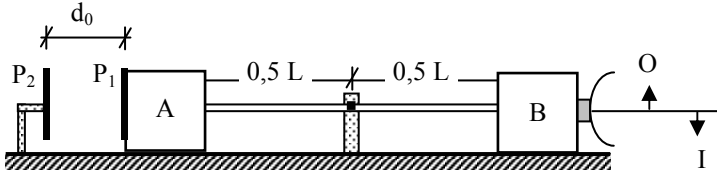
$$Z = \frac{\Delta P}{t} \Rightarrow 5000 = \frac{5897,77 - 1250}{t} \Rightarrow t = 0,93 \text{ h} \Rightarrow t = 55,8 \text{ min}$$

6) Em certa experiência, ilustrada na figura abaixo, uma fina barra de latão, de comprimento  $L = 8\text{m}$  inicialmente à temperatura de  $20^\circ \text{C}$ , encontra-se fixada pelo ponto médio a um suporte preso à superfície e pelas extremidades a dois cubos idênticos A e B, feitos de material isolante térmico e elétrico. A face esquerda do cubo A está coberta por uma fina

placa metálica quadrada  $P_1$ , distante  $d_0 = 5\text{cm}$  de uma placa idêntica  $P_2$  fixa, formando um capacitor de  $12\mu\text{F}$ , carregado com  $9\mu\text{C}$ . Na face direita do cubo B está fixado um espelho côncavo distante  $11\text{cm}$  de um objeto O, cuja imagem  $I$  está invertida. Aquece-se a barra até a temperatura  $T$  em  $^\circ\text{C}$ , quando então a distância entre O e  $I$  se torna igual a  $24\text{cm}$  e a imagem  $I$ , ainda invertida, fica com quatro vezes o tamanho do objeto O. Considerando a superfície sob os cubos sem atrito, determine:

- a distância focal do espelho;
- a tensão elétrica entre as placas ao ser atingida a temperatura  $T$ ;
- a temperatura  $T$ .

Dados: coeficiente de dilatação linear do latão ( $\alpha$ ) =  $1,8 \times 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ .



**SOLUÇÃO IDEAL**

a) Ampliação:  $A = -\frac{p'}{p} = -4 \Rightarrow p' = 4p$

Portanto:  $p' - p = 24\text{ cm} \Rightarrow 3p = 24 \Rightarrow p = 8\text{ cm}$

Aplicando a equação dos pontos conjugados:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \Rightarrow f = 6,4\text{ cm}$

b) Desde que  $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d_0}$  e  $C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d_1} \Rightarrow \frac{C_0}{C_1} = \frac{d_1}{d_0} \Rightarrow C_1 = \frac{C_0 d_0}{d_1}$

Analisando dilatação do lado direito da barra:  $d_1 = d_0 - \Delta p \Rightarrow d_1 = 5 \cdot 10^{-2} - (11 - 8) \cdot 10^{-2} \Rightarrow d_1 = 2 \cdot 10^{-2}\text{ m}$ .

Assim:  $C_1 = \frac{C_0 d_0}{d_1} \Rightarrow C_1 = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 30 \cdot 10^{-6}\text{ F}$ .

Logo:  $V = \frac{Q}{C_2} \Rightarrow V = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow V = 0,3\text{ V}$

c)  $2\Delta p = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 6 = 800 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 416,6\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 416,6 + 20 = 436,6\text{ }^\circ\text{C}$

7) Considere uma pequena bola de gelo de massa  $M$  suspensa por um fio de densidade linear de massa  $\rho$  e comprimento  $L$  à temperatura ambiente. Logo abaixo deste fio, há um copo de altura  $H$  e diâmetro  $D$  boiando na água. Inicialmente o copo está em equilíbrio com um comprimento  $C$  submerso. Este fio é mantido vibrando em sua frequência natural à medida que a bola de gelo derrete e a água cai no copo. Determine a frequência de vibração do fio quando o empuxo for máximo, ou seja, quando o copo perder a sua flutuabilidade.

Dados: aceleração da gravidade =  $g$ ; massa específica da água =  $\mu$ .

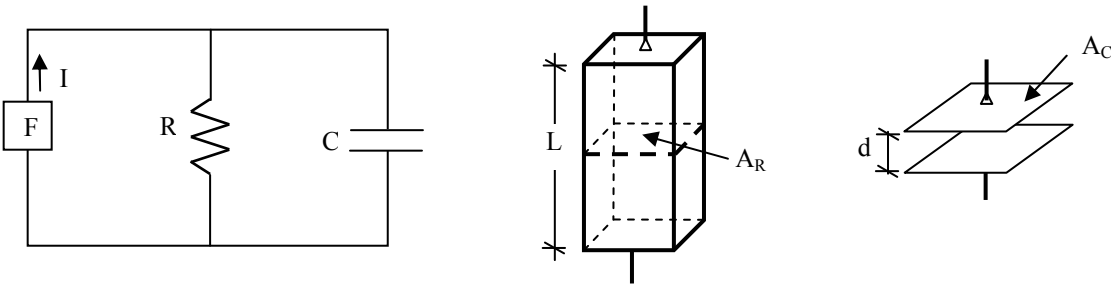
**SOLUÇÃO IDEAL**

Na situação inicial:  $P_{\text{copo}} = E_1 \Rightarrow P_{\text{copo}} = \mu \cdot g \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot C$

Na situação final:  $P_{\text{copo}} + \Delta P_{\text{gelo}} = E_2 \Rightarrow \mu \cdot g \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot C + \Delta P_{\text{gelo}} = \mu \cdot g \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot H \Rightarrow \Delta P_{\text{gelo}} = \mu \cdot g \cdot \frac{\pi D^2}{4} (H - C)$

Logo:  $v = \sqrt{\frac{M \cdot g - \Delta P_{\text{gelo}}}{\rho}} \Rightarrow 2L \cdot f = \sqrt{\frac{M \cdot g - \frac{\mu \cdot g \cdot \pi D^2 (H - C)}{4}}{\rho}} \Rightarrow f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{g[4M - \mu \cdot \pi D^2 (H - C)]}{4\rho}}$

8) O circuito ilustrado na figura abaixo apresenta um dispositivo F capaz de gerar uma corrente contínua e constante  $I$ , independente dos valores da resistência  $R$  e da capacitância  $C$ . Este circuito encontra-se sujeito a variação na temperatura ambiente  $\Delta\theta$ . O calor dilata apenas as áreas  $A_C$  das placas do capacitor e  $A_R$  da seção reta do resistor. Considere que não variem com a temperatura a distância  $d$  entre as placas do capacitor, a permissividade  $\epsilon$  do seu dielétrico, o comprimento  $L$  do resistor e sua resistividade  $\rho$ . Determine a relação entre os coeficientes de dilatação superficial  $\beta_C$  das placas do capacitor e  $\beta_R$  da seção reta do resistor, para que a energia armazenada pelo capacitor permaneça constante e independente da variação da temperatura  $\Delta\theta$ . Despreze o efeito Joule no resistor e adote no desenvolvimento da questão que  $(\beta_R \Delta\theta)^2 \ll 1$ .



**SOLUÇÃO IDEAL**

i) Pelo enunciado da questão, as grandezas que sofrerão alteração em virtude do aquecimento, são:  $R$ ,  $C$  e  $V$  (vtagem).

ii) Da primeira lei de Ohm, escreve-se:  $V_i/V_f = R_i/R_f$  porém, conclui-se da segunda Lei de Ohm que:  $R_i/R_f = A_f/A_i$  que

substituindo na Eq. anterior:  $V_i/V_f = A_f/A_i$ , como  $A_f = A_i(1 + \beta_r \Delta\theta)$ , tem-se:

$$V_i/V_f = A_i(1 + \beta_r \Delta\theta)/A_i \Rightarrow V_i/V_f = 1 + \beta_r \Delta\theta \quad (\text{eq I})$$

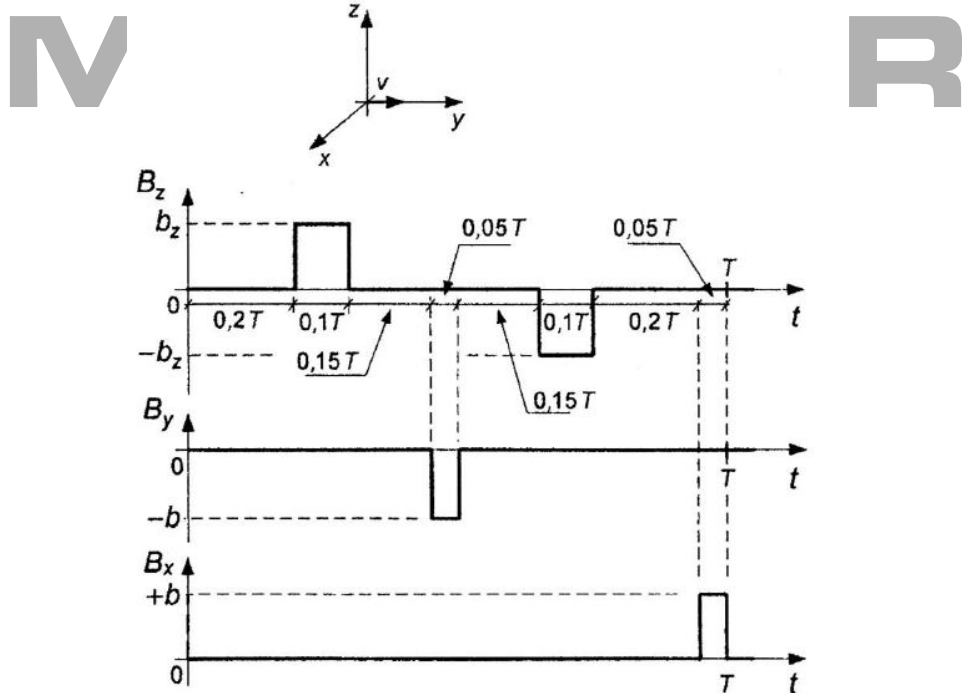
iii) Como a energia armazenada pelo capacitor não é alterada pelo aquecimento, escreve-se:  $\frac{1}{2} \cdot C_i \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot V_f^2$

$$\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^2 = C_f/C_i = \frac{\epsilon_f \cdot A_f/d}{\epsilon_i \cdot A_i/d} \Rightarrow \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^2 = \frac{A_i(1 + \beta_c \Delta\theta)}{A_i} = 1 + \beta_c \Delta\theta \quad (\text{eq II})$$

iv) Substituindo I em II:  $(1 + \beta_r \Delta\theta)^2 = 1 + \beta_c \Delta\theta \Rightarrow 1 + 2\beta_r \Delta\theta + \beta_r^2 \Delta\theta^2 = 1 + \beta_c \Delta\theta \Rightarrow 2\beta_r \Delta\theta = \beta_c \Delta\theta \Rightarrow \beta_c/\beta_r = 2$

9) Uma partícula com carga elétrica positiva  $q$  e massa  $M$  apresenta velocidade inicial  $v$  na direção  $y$  em  $t = 0$ , de acordo com a figura ao lado. A partícula está submetida a um campo magnético variável e periódico, cujas componentes estão mostradas na figura ao lado em função do tempo. Verifica-se, que durante o primeiro pulso do componente  $B_z$ , a partícula realiza uma trajetória de um quarto de circunferência, enquanto que no primeiro pulso da componente  $B_y$  realiza uma trajetória de meia circunferência. Determine:

- a) o período  $T$  em função de  $M$ ,  $q$  e  $b_z$ ;
- b) a relação  $b/b_z$ ;
- c) o gráfico da componente  $x$  da velocidade da partícula em função do tempo durante um período.



**SOLUÇÃO IDEAL**

a)  $F_{cp} = F_{mag} \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = qvb_z \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{qb_z}{m} \Rightarrow \frac{\pi/2}{0,1T} = \frac{qb_z}{m} \Rightarrow T = \frac{5\pi m}{qb_z}$

$$b) F_{cp} = F_{mag} \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = qvb \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{qb_z}{m} \Rightarrow \frac{\pi}{0,05T} = \frac{qb_z}{m} \Rightarrow T = \frac{20\pi m}{qb_z}$$

Igualando as duas expressões encontradas para T encontra-se:  $\frac{b}{b_z} = 4$

c) Vamos descrever o movimento da partícula para cada intervalo de movimento:

0,2T: a partícula se movimenta ao longo do eixo y

0,1T: a partícula faz um quarto de circunferência passando a mover-se no plano xy paralelamente ao eixo x (valores crescentes de x)

0,15T: a partícula se move paralelamente ao eixo x.

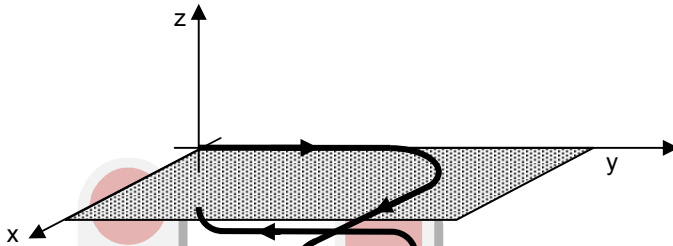
0,05T: a partícula faz uma meia circunferência e passa a mover-se paralelamente ao eixo x (valores decrescentes de x)

0,15T: a partícula se move paralelamente ao eixo x (valores decrescentes de x)

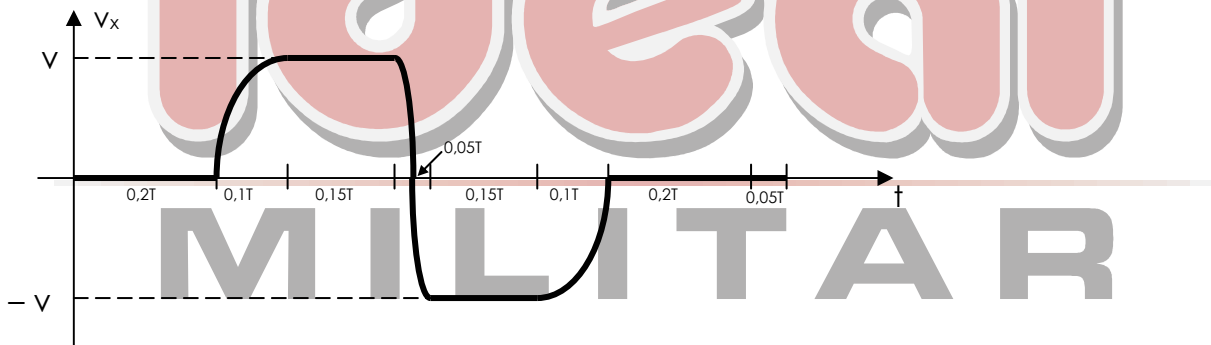
0,1T: a partícula realiza um quarto de circunferência e passa a mover-se paralelamente ao eixo y

0,2T: a partícula se move paralelamente ao eixo y (valores decrescentes de y)

0,05T: a partícula faz um quarto de circunferência e passa a mover-se paralelamente ao eixo z



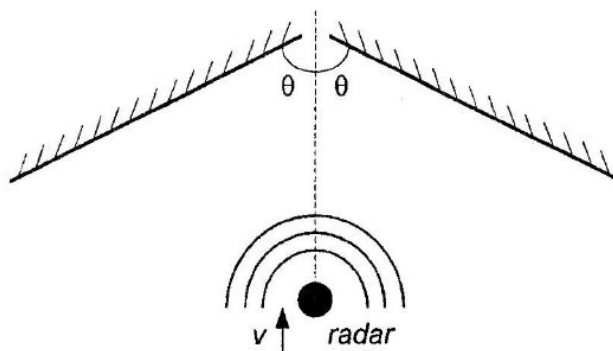
Assim, o gráfico de  $v_x$  é:



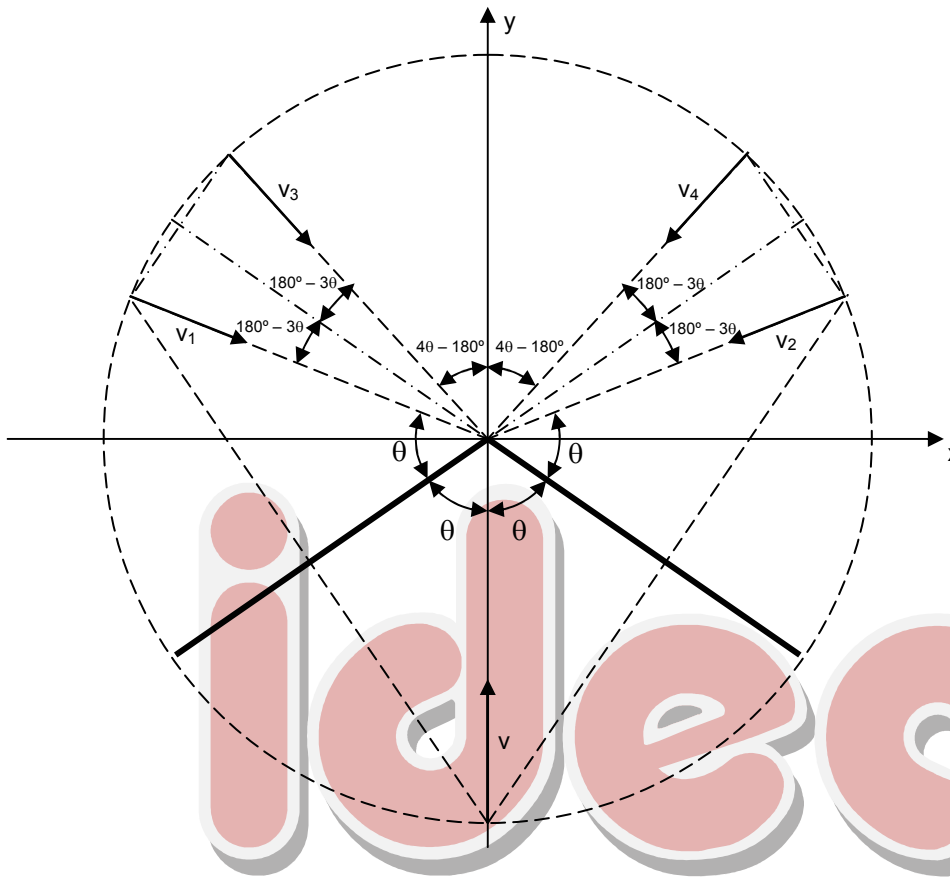
**10)** Um radar Doppler foi projeto para detectar, simultaneamente, diversos alvos com suas correspondentes velocidades radiais de aproximação. Para isso, ele emite uma onda eletromagnética, uniformemente distribuída em todas as direções e, em seguida, capta os ecos refletidos que retornam ao radar.

Num experimento, o radar é deslocado com velocidade constante  $V$  em direção a um par de espelhos, conforme ilustra a figura abaixo. Calcule os vetores de velocidade relativa (módulo e direção) de aproximação dos quatro alvos simulados que serão detectados pelo radar após as reflexões no conjunto de espelho, esboçado para cada um dos alvos a trajetória do raio eletromagnético no processo de detecção.

Dados:  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{3}$ .



De modo a simplificar as expressões das velocidades relativas colocaremos a origem dos eixos coordenados no encontro dos dois espelhos. O esquema das quatro imagens, com os ângulos que caracterizam cada um dos respectivos vetores, pode ser verificado abaixo:



**Observações sobre a figura:**

- i) Uma vez que  $45^\circ < \theta < 60^\circ$  então os ângulos  $180^\circ - 3\theta$  e  $4\theta - 180^\circ$  são positivos, garantindo a “existência” das imagens 3 e 4;
- ii) observe que não existe nenhum divisor inteiro de 360 entre 90 e 120, que é o intervalo do ângulo de abertura do espelho. Assim, além das imagens 3 e 4 existem outras (esta quantidade de imagens será finita se  $2\theta$  for um ângulo racional em graus e infinita se for um ângulo irracional em graus), entretanto nenhuma delas, além das imagens 1 e 2, são percebidas pela fonte, uma vez que o segmento que liga a fonte a cada uma destas imagens vai cruzar o prolongamento de um dos espelhos e não o próprio espelho.

Assim, os vetores são dados por:

$$\vec{v}_1 = v \cdot \text{sen}2\theta \cdot \vec{i} + v \cdot \text{cos}2\theta \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_{r1} = \vec{v}_1 - \vec{v} \Rightarrow \vec{v}_{r1} = v \cdot \text{sen}2\theta \cdot \vec{i} + v \cdot (\text{cos}2\theta - 1) \cdot \vec{j} \Rightarrow$$

$$|\vec{v}_{r1}| = v \sqrt{\text{sen}^2 2\theta + (\text{cos}2\theta - 1)^2} = v \sqrt{2(1 - \text{cos}2\theta)} = 2v \text{sen}\theta, \text{ com direção que faz um ângulo de } \pi/2 - \theta \text{ com o vetor } \vec{v}.$$

$$\vec{v}_2 = -v \cdot \text{sen}2\theta \cdot \vec{i} + v \cdot \text{cos}2\theta \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_{r2} = \vec{v}_2 - \vec{v} \Rightarrow \vec{v}_{r2} = -v \cdot \text{sen}2\theta \cdot \vec{i} + v \cdot (\text{cos}2\theta - 1) \cdot \vec{j} \Rightarrow$$

$$|\vec{v}_{r2}| = v \sqrt{\text{sen}^2 2\theta + (\text{cos}2\theta - 1)^2} = v \sqrt{2(1 - \text{cos}2\theta)} = 2v \text{sen}\theta, \text{ com direção que faz um ângulo de } \pi/2 - \theta \text{ com o vetor } \vec{v}.$$

**Caso fosse possível a fonte detectar as imagens 3 e 4:**

$$\vec{v}_3 = -v \cdot \text{sen}4\theta \cdot \vec{i} + v \cdot \text{cos}4\theta \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_{r3} = \vec{v}_3 - \vec{v} \Rightarrow \vec{v}_{r3} = -v \cdot \text{sen}4\theta \cdot \vec{i} + v \cdot (\text{cos}4\theta - 1) \cdot \vec{j} \Rightarrow$$

$$|\vec{v}_{r3}| = v \sqrt{\text{sen}^2 4\theta + (\text{cos}4\theta - 1)^2} = v \sqrt{2(1 - \text{cos}4\theta)} = 2v \text{sen}2\theta, \text{ com direção que faz um ângulo de } 2\theta - \pi/2 \text{ com o vetor } \vec{v}.$$

$$\vec{v}_4 = v \cdot \text{sen}4\theta \cdot \vec{i} + v \cdot \text{cos}4\theta \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_{r4} = \vec{v}_4 - \vec{v} \Rightarrow \vec{v}_{r4} = v \cdot \text{sen}4\theta \cdot \vec{i} + v \cdot (\text{cos}4\theta - 1) \cdot \vec{j} \Rightarrow$$

$$|\vec{v}_{r4}| = v \sqrt{\text{sen}^2 4\theta + (\text{cos}4\theta - 1)^2} = v \sqrt{2(1 - \text{cos}4\theta)} = 2v \text{sen}2\theta, \text{ com direção que faz um ângulo de } 2\theta - \pi/2 \text{ com o vetor } \vec{v}.$$

**Solução Ideal – IME 2007/2008 – Prova de Física**

Este gabarito foi totalmente elaborado pela equipe de professores do **Ideal Militar**

**Equipe de Física**

Prof. Félix Anderson  
Prof. Marcelo Rufino

Prof. Elyston Moura  
Prof. Reginaldo

**Digitação**

Cynthia Maria  
Leila Valéria

**Coordenação**

Marcelo Rufino

Ideal Militar: Rua dos Mundurucus, 1427, entre as ruas Apinagés e Tupinambás

Tel: (91) 3323-5051

www.grupoideal.com.br