01) No instante t = 0, uma fonte sonora que gera um tom com freqüência de 500 Hz é arremessada verticalmente do solo com velocidade de 40 m/s. Pede-se:
a) A maior e a menor freqüência do som ouvido por um observador estacionário situado muito próximo do local do arremesso.
b) Um esboço da freqüência ouvida pelo observador em função do tempo após o lançamento $0 < t < 10$s.

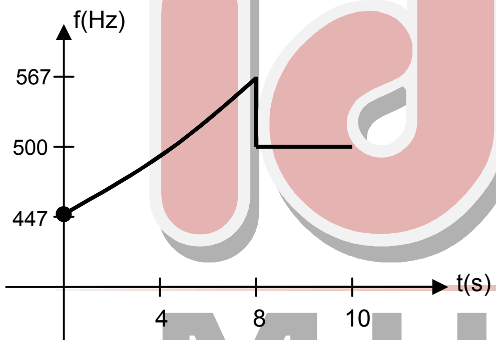
Solução:
a) Aplicando a equação de Doppler para o som:

na subida: $f_{mín} = f_{fonte}.\dfrac{V_{som}}{(V_{som} + V_{fonte})} = 500.\dfrac{340}{380} = 447$ Hz

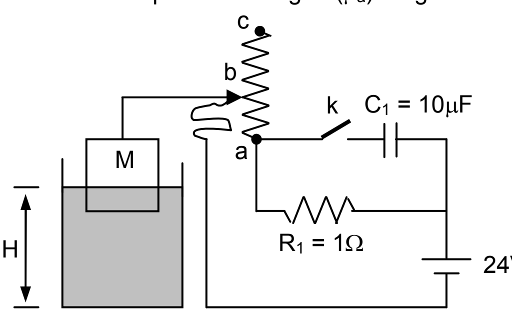
na descida: $f_{max} = f_{fonte}.\dfrac{V_{som}}{(V_{som} - V_{fonte})} = 500.\dfrac{340}{300} = 567$Hz

b) Para a obtenção do gráfico, aplica-se novamente a equação de Doppler: $f_{receptor} = f_{fonte}\ .\ \dfrac{(V_{som})}{V_{som} + V_{fonte}}$

$f_{receptor} = \dfrac{f_{fonte.}V_{som}}{V_{som} + V_0 - gt}$, como o tempo de permanência no ar é de $t_{total} = \dfrac{2v_0}{g} = 8$s, então o esboço da curva será:



02) A figura ilustra um bloco M de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave K está aberta e o capacitor C_1 descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição **b** do cursor metálico e o ponto **a** é 10 cm. A potência dissipada no resistor $\mathbf{R_1}$ é **16W**.
Em determinado instante, a água é substituída por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível H da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave K e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em C_1 se estabiliza em 28,8 μJ.
Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substitui a água.
Dados: aceleração da gravidade (g) = 10m/s^2.
Massa específica da água (μ_a) = 1g/cm^3.



Solução:
I. $Pot = R_1.i_1^2$ => $16 = 1.i_1^2$ => $i_1 = 4$ A
II. $V_1 = R_{ab0}.i_1 + R_1.i_1$ => $24 = R_{ab0}.4 + 1.4$ => $R_{ab0} = 5\ \Omega$
III. $E = C.V_{1f}^2/2$ => $28{,}8\mu = 10\mu.V_{1f}^2/2$ => $V_{1f} = 2{,}4$ V
IV. $V_{abf} = \varepsilon - V_{1f} = 21{,}6$ V
V. $\dfrac{V_{1f}}{R_1} = \dfrac{V_{abf}}{R_{abf}}$ => $\dfrac{2{,}4}{1} = \dfrac{21{,}6}{R_{abf}}$ => $R_{abf} = 9\ \Omega$
VI. $\dfrac{R_{abf}}{R_{ab}} = \dfrac{\ell_{abf}}{\ell_{ab0}}$ => $\dfrac{9}{5} = \dfrac{\ell_{abf}}{10}$ => $\ell_{abf} = 18$ cm
VII. $h_f = h_0 - (\ell_{abf} - \ell_{ab0}) = 48 - (18 - 10) = 40$ cm
VIII. $E_1 = E_2$ => $\rho_a.h_a = \rho_\ell.h_\ell$ => $1.48 = \rho_\ell.40$ => $\rho_\ell = 1{,}2$ g/cm^3

03) Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto A de uma rampa, conforme ilustra a Figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto P, um dispositivo provoca o fechamento da chave S1 do circuito elétrico apresentado na Figura 2.
No instante em que o resistor R_1 desse circuito atinge o consume de 0,05 W.h, um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano B-C, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância **d** a mostrada na figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a 1/3 da alcançada no ponto B. Considerando que os trechos A-B e P-C não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até choque, determine o ângulo de inclinação θ da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor.
Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2.

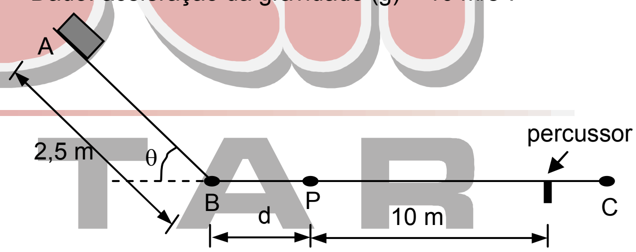


Figura 1

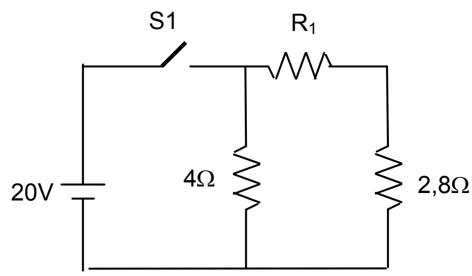


Figura 2

Solução:
I) Cálculo da Corrente elétrica

$U = Ri$ => $i = \dfrac{20}{2} = 10$ A

II) Tempo de funcionamento para que R_1 consuma 0,05wh

$E = P.\ \Delta t \therefore \Delta t = \dfrac{0{,}05.3600}{1{,}2.25} = 6$s

Nesse tempo o corpo percorre 10m. de P à D.
III) Cálculo da Velocidade do bloco em B

$S = \dfrac{V_B}{3}t$ => $10 = \dfrac{V_B}{3}.6 \therefore V_B = 5$ m/s

IV) Aplicando conservação de energia determina-se a altura do Plano: $mgh = \frac{mV_B^2}{2} \therefore h = \frac{(5)^2}{2.10} \therefore h = \frac{5}{4} m$

IV) Determina-se o Ângulo Θ

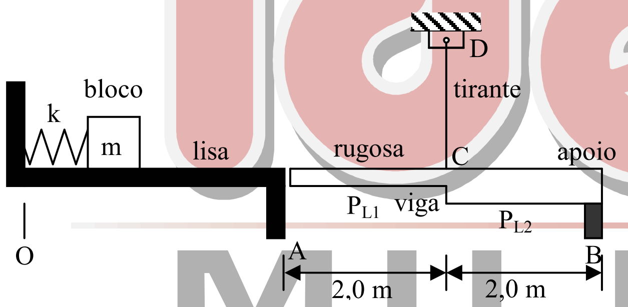
$sen\Theta = \frac{h}{2,5} = \frac{\frac{5}{4}}{2,5}$ => $sen\,\Theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 30°$

04) Uma mola com constante elástica K, presa somente a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida em 10 cm por um bloco de massa m = 4 kg, conforme apresenta a figura abaixo. O bloco é liberado e percorre uma superfície horizontal lisa OA sem atrito. Em seguida, o bloco percorre, até atingir o repouso, parte da superfície rugosa de uma viga com 4m de comprimento, feita de material uniforme e homogêneo, com o perfil mostrado na figura. Sabendo que a força normal por unidade de área no tirante Cd de seção reta $10mm^2$ é de 15 MPa na posição de repouso do bloco sobre a viga, determine o valor da constante elástica K da mola.

Dados: pesos por unidade de comprimento da viga (P_{L1}) = 20 N/m e (P_L2) = 40 N/m;

coeficiente de atrito cinético (μ_c) = 0,50;
aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2 ;
1 Pa = 10^5 N/m^2.

Obs: o tirante não prejudica o movimento do bloco.



Solução:
Força Normal no Tirante: F = 15. 10^6. 10.10^{-6} => F = 150 N
Posição em que o bloco Pára;
40 . 3 + P. x + 80 . 1 = 150 . 2 => x = 2,5 m
Cálculo da Constante elástica

$W_{fat} = \frac{kx^2}{2}$ => $fat\,.\,d = \frac{Kx^2}{2}$ => $\mu.N.d = \frac{Kx^2}{2}$

K = 6 . 10^3 N/m

05) A Figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica V_F em série com um resistor R_s, conectada a um voltímetro V, cuja leitura indica 24 V. Essa bateria é ligada em série com o amperímetro A e com um circuito composto por uma resistência de aquecimento R_A em paralelo com uma resistência R_B, conforme mostra a figura 2. A resistência R_A encontra-se imersa em 0,2 L de um liquido com massa específica $1,2g/cm^3$.

Inicialmente, as chaves S1 e S2 da Figura 2 encontram-se abertas. A chave S1 é acionada. Observa-se que o amperímetro indica 2 A e que a temperatura do liquido se eleva de 10ºC para 40ºC em 30 minutos. Em seguida, a chave S2 é fechada e o amperímetro passa a indicar 2,4 A. Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

a) A resistência R_A em Ohms
b) A resistência R_S em Ohms
c) A resistência R_B em Ohms

Dados: Calor específico do líquido (c) = 2 cal/(gºC);
1 cal ≈ 4 J.

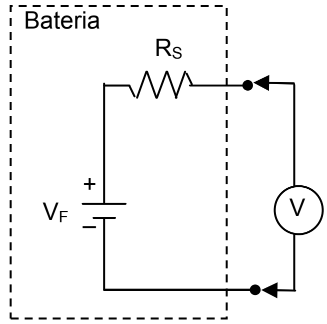


Figura 1

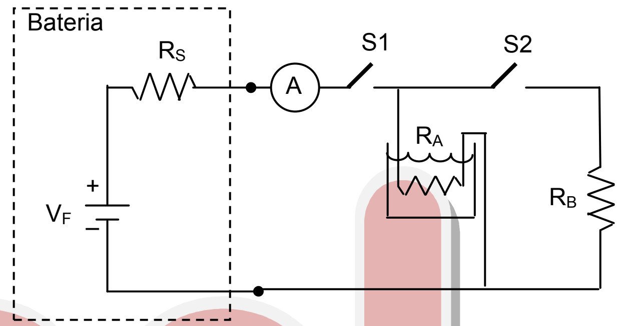


Figura 2

Solução:
a) Analisando o efeito Joule na resistência (R_A):

$P_{\mathbf{dissipada}} = \frac{m.c.\Delta\theta}{\Delta t}$ => $R_A.\,i^2 = \frac{d.V.c.\Delta\theta}{\Delta t}$ =>

$R_A = \frac{1,2.0,2.10^3.2,0.4,0.30}{30.60}$ => $R_A = 8\Omega$

b) A ddp no resistor (R_A), vale: $U_{RA} = R_A$. i = 16v, então em (R_s) a ddp vale U_{RS} = 24 – 16 = 8V, sendo assim, aplicando a 1º lei da Ohm em (R_s)

8 = R_S . 2 => $R_S = 4\Omega$

c) Ao ligar a chave (S2), a nova resistência do circuito, será dada por: $R_{eq} = 4 + \frac{8R_B}{8 + R_B}$, utilizando a 1º lei de Ohm:

V_F = Req. i' => $24 = \left(4 + \frac{8R_B}{8 + R_B}\right)$. 2,4 => $R_B = 24\Omega$

06) Uma massa m de ar, inicialmente a uma pressão de 3atm, ocupa 0,1 m^3 em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de 0,2 m^3 e em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a 66.000 J. Determine:

a) O trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão.
b) O calor total associado às duas expansões, interpretando o sinal desta grandeza.

Dados: 1 atm = $1\frac{kgf}{cm^2}$, 1 kgf = 10N e $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ = 1,4

Obs: Suponha que o ar nestas condições pode ser considerado como gás ideal.

Solução:
a) $W_{total} = W_{isobárica} + W_{isotérmica} = p\,.\,\Delta v + W_{isotérmica}$
W_{total} = 30000 + 66000 = 96000 J
b) No processo isobárico: $Q_1 = n\,.\,C_p\,.\,\Delta T$ (I)

$p\Delta v = n \,.\, R \,.\, \Delta T \Rightarrow n\Delta T = \dfrac{p.\Delta v}{R}$ (II)

Substituindo em (I):

$Q_1 = \dfrac{C_p.p.\Delta v}{R} = \dfrac{C_p.p.\Delta v}{C_p - C_v} \Rightarrow Q_1 = \dfrac{p.\Delta v}{1 - 1/\gamma} =$

$= \dfrac{3.10^5.0{,}1}{1 - 1/1{,}4} = 105000$ J

No processo isotérmico: $Q_2 = W_2 = 66000$ J; portanto a quantidade de calor total, será dada por:

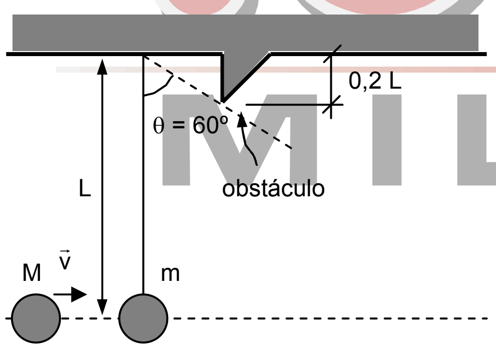
$Q_{total} = Q_1 + Q_2 = 105000 + 66000$

$Q_{total} = 171000$ J, sendo esta quantidade positiva ($Q > 0$) entende-se que nas duas transformações ocorridas (isobárica e isotérmica) o gás no interior do balão recebeu calor de uma determinada fonte.

07) Um pêndulo com comprimento L = 1m, inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa m = 1kg. Uma segunda partícula com massa M = 1kg movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante v_0 até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado. Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s^2 e a resistência do ar desprezível, determine:

a) a velocidade v_0 da partícula com massa M antes do choque;

b) a força que o fio exerce sobre a partícula de massa m imediatamente após o fio bater no obstáculo.



Solução:

$\dfrac{2mV^2}{2} = 2mg.h'$ **=>** $V^2 = 2.g \,.\, 0{,}8\,L \Rightarrow V = 4$m/s

$Mv_0 = (m+m).V \Rightarrow V_0 = 2.V \Rightarrow V_0 = 8$m/s

b) $T - 2mg\cos 60° = \dfrac{2mV'^2}{R}$ (Eq. I)

Cálculo do V':

$\dfrac{2mV^2}{2} = \dfrac{2mV'^2}{2} + 2mgh' \Rightarrow V'^2 = V^2 - 2.g.h' \Rightarrow$

$V'^2 = 16 - 2.\ 10.0{,}5 \Rightarrow V'^2 = 6$

Substituindo na Eq. I, temos:

$T - 2.10\dfrac{1}{2} = \dfrac{2.6}{0{,}6} \Rightarrow T = 20 + 10 \Rightarrow T = 30$ N

08) Uma partícula de massa m e carga elétrica q é arremessada com velocidade escalar v numa região entre duas placas de comprimento de, onde existe um campo elétrico uniforme $\vec{E}$,conforme ilustra a figura. Ao sair da região entre as placas, a partícula entra numa região sujeita a um campo magnético uniforme $\vec{B}$ e segue uma trajetória igual a uma semicircunferência, reformada à região entre as placas. Pede-se:

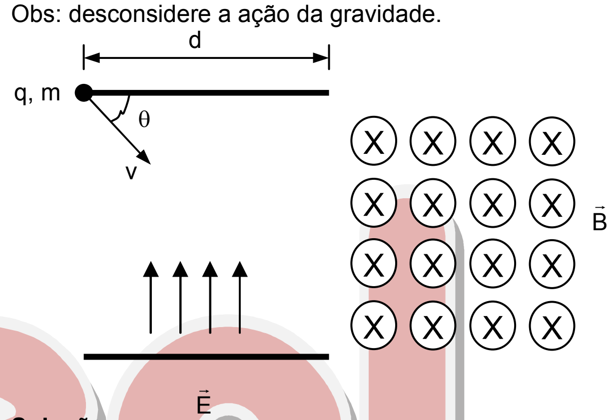
a) o ângulo Θ de arremesso da partícula indicado na figura:

b) a energia cinética da partícula no instante de seu retorno á região entre as placas;

c) a faixa de valores de $|\vec{B}|$ para que a partícula volte à região entre as placas;

d) verifica, justificando, se existe a certeza da partícula se choca com alguma das placas após regressar à região entre as placas.

Obs: desconsidere a ação da gravidade.



Solução:

Analisando o movimento da partícula no campo elétrico:

a) em x : $d = V_0\cos\theta.t \therefore t = d/V_0\cos\theta$

em y : $V_Y = V_{0Y} + a \,.\, t \therefore 0 = V_0\,\text{sen}\theta - \dfrac{q.E}{m}.\dfrac{d}{V_0\cos\theta}$

$\dfrac{qEd}{mV_0\cos\theta} = V_0\text{sen} \therefore \dfrac{qE.d}{mV^2} = V_0\text{sen}.\cos\theta \Rightarrow$

$\dfrac{2qEd}{mV^2} = \text{sen}2\theta \therefore 2\theta = V_c.\ \text{sen}\ \dfrac{2|q|Ed}{mV^2}$

$\theta = \dfrac{1}{2}\ .\ \text{arc sen}\ \dfrac{2|q|Ed}{m_2{}^2}$

b) No campo magnético, não há variação da energia Cinética, portanto $E_{C\,saída} = E_{C\,entrada} = \dfrac{1}{2}mv_0^2$, onde $V_0 = v\cos\theta$, então $E_c = \text{—}\ .\ m\,v^2.\ \cos^2\theta \Rightarrow$

$$E_c = \frac{mv^2}{4}\left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2qEd}{mv^2}\right)^2}\right)$$

c) Calculando por Torricelli o deslocamento em (y) no interior do campo elétrico

$V_y^2 = V_{0Y}^2 + 2a.\ \Delta s_y \Rightarrow 0 = (V\text{sen}\theta)^2 - 2\dfrac{|q|.E}{m}.\Delta S_y$

$\Delta s_y = \dfrac{V^2.\text{sen}^2\theta.m}{2|q|E}$, para que R particular retorne ao campo elétrico: $2R < \Delta s_Y$, sendo assim $2\dfrac{mV}{|q|B} < \Delta S_Y$

$\dfrac{V^2.\text{sen}^2\theta.m}{2|q|E} > \dfrac{2mV\cos\theta}{|q|B} \Rightarrow B > 4.\dfrac{E.\cos\theta}{V.\text{sen}^2\theta}$

$$B > \frac{4E\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\left(\frac{2qEd}{mv^2}\right)^2}}}{v\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\left(\frac{2qEd}{mv^2}\right)^2}\right)}$$

d) Ocorre colisão com a placa superior, pois ao retornar com a mesma velocidade com que entrou no campo magnético, a carga estará mais próxima da placa superior (menor potencial) e com isso terá um alcance menor que no lançamento inicial.

09) Um explorador espacial sofreu um acidente e encontra-se em um planeta desconhecido. Entre seus equipamentos, ele dispõe de um telescópio, um dinamômetro, um bloco de massa M conhecida em um fio de comprimento L. O telescópio é composto por uma objetiva e uma ocular com distâncias focais f e f', respectivamente. O explorador observou a existência de um satélite no céu deste planeta e o telescópio apresentou uma imagem de diâmetro máximo 2r'. Medidas anteriores ao acidente indicavam que o raio deste satélite era, na realidade, R. O astronauta determinou que o período de revolução do satélite em torno do planeta era equivalente a 5000 períodos de um pêndulo improvisado com o bloco e o fio. Se o dinamômetro registra que este bloco causa uma força F sob efeito da gravidade na superfície do planeta, determine:

a) a massa M em função dos parâmetros fornecidos;

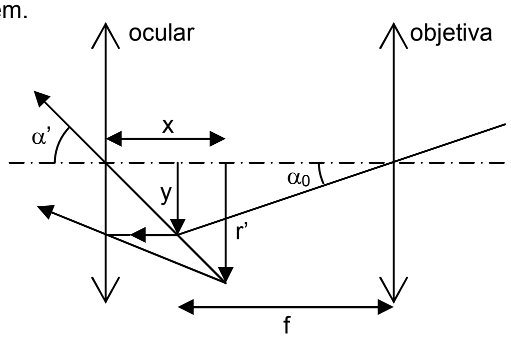
b) o diâmetro D deste planeta em função dos parâmetros fornecidos.

Dado: constante de gravitação universal = G.

Solução:

a) A equipe de professores do Colégio Ideal acredita que houve um engano na transcrição da pergunta do item a, pois não há cabimento em exigir que se determine um valor que o próprio enunciado diz que é conhecido. Acreditamos que o elaborador da questão estava interessado que fosse calculado o valor da massa do planeta, valor este que é necessário para calcular o item b. Assim então faremos.

Suponhamos que os focos da objetiva e da ocular coincidem.



Necessitaremos acrescentar uma variável, denominada de x, que é a distância do olho à imagem na condição de aumento máximo. Na prática temos $x \cong 0{,}25$ m.

I. Ocular: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{p} - \frac{1}{x}$ => $p = \frac{x.f'}{f'+x}$

II. Aumento linear: $\frac{r'}{y} = -\frac{(-x)}{p}$ => $y = \frac{r'.f'}{f'+x}$

III. Se d é a distância da superfície do planeta ao centro do satélite: $tg\alpha_0 = \frac{y}{f} = \frac{R}{d}$ => $d = \frac{R.f(f'+x)}{r'.f'}$

IV. $T_{sat} = 5000.T_{pêndulo}$ => $2\pi\sqrt{\frac{(d+D/2)^3}{GM_p}} = 5000.2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Desprezando D/2 em relação à d temos que e lembrando que g = F/M: $d^3.F = 25.10^6.G.M_p.M.L$ =>

$$M_p = \left(\frac{R.f(f'+x)}{r'.f'}\right)^3 \frac{F}{25.10^6.G.M.L}$$

b) $\frac{G.M_p}{(D/2)^2} = \frac{F}{M}$ => $D = \frac{1}{2500}\sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{R.f(f'+x)}{r'.f'}\right)^3}$

10) A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples Fs projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, eqüidistante da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura e_f, determine o número de folhas contidas em cada embalagem.

Dados:

comprimento de onda do laser = λ;

largura da fenda simples = a

distância entre a fenda e a reta AB = 2d;

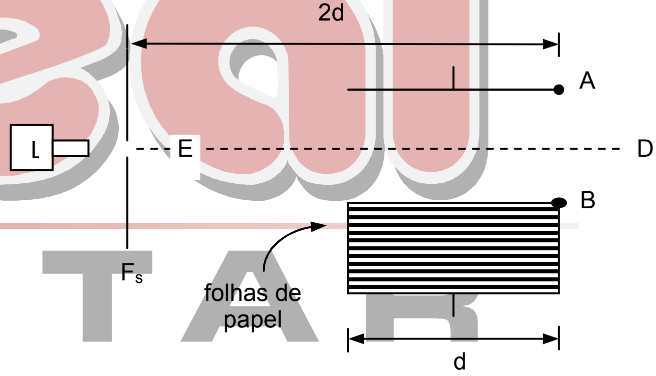
área da superfície das placas do capacitor = d^2;

permissividade do vácuo = ε_0;

permissividade do papel = ε;

capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C.

Obs: despreze o efeito da borda do capacitor.



Solução:

Mínimo de Difração de fenda única: $\lambda = a.sen\,\theta$

Se AB = 2x então $tg\theta = \frac{x}{2d}$ => $sen\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+4d^2}}$

Assim, $\lambda = \frac{a.x}{\sqrt{x^2+4d^2}}$ => $\lambda^2(x^2 + 4d^2) = a^2x^2$ =>

$$x = \frac{2\lambda d}{\sqrt{a^2-\lambda^2}}$$

Como os dois capacitores estão ligados em série:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2x}{\varepsilon.d^2} + \frac{n.e_f}{\varepsilon_0.d^2} = \frac{2.x.\varepsilon + n.\varepsilon_0.e_f}{\varepsilon_0.\varepsilon.d^2} \Rightarrow$$

$2.C.x.\varepsilon + n.C.\varepsilon_0.e_f = \varepsilon_0.\varepsilon.d^2$ =>

$$n = \frac{\varepsilon_0.\varepsilon.d^2 - 2.C.x.\varepsilon}{C.\varepsilon_0.e_f} \Rightarrow$$

$$n = \frac{\varepsilon_0.\varepsilon.d^2\sqrt{a^2-\lambda^2} - 4.\lambda.d.C.\varepsilon}{C.\varepsilon_0.e_f.\sqrt{a^2-\lambda^2}}$$

Obs: No caso de difração de fenda única não vale a aproximação sen $\theta \cong$ tg $\theta \cong \theta$, pois o valor de θ não é necessariamente "pequeno".

CONCURSO DE BOLSAS 2007

IDEAL MILITAR

PERÍODO DE INSCRIÇÕES: 16 A 27 DE NOVEMBRO

VALOR DA INSCRIÇÃO: R$ 5,00

DATA DAS PROVAS:
29 DE NOVEMBRO (ACESSO À 8ª SÉRIE MILITAR, 1º ANO MILITAR E CONVÊNIO USP/UNICAMP/UNB)
30 DE NOVEMBRO (ACESSO AO 2º ANO MILITAR E CONVÊNIO MILITAR)

PROVAS E PROGRAMAS:
ACESSO À 8ª SÉRIE MILITAR: PORTUGUÊS E MATEMÁTICA (PROGRAMA DO ENSINO FUNDAMENTAL)
ACESSO AO 1º ANO MILITAR: PORTUGUÊS E MATEMÁTICA (PROGRAMA DO ENSINO FUNDAMENTAL)
ACESSO AO 2º ANO MILITAR: PORTUGUÊS E MATEMÁTICA (PROGRAMA DO PSS1)
ACESSO AO CONVÊNIO MILITAR: PORTUGUÊS, MATEMÁTICA E FÍSICA (PROGRAMA DO PSS2)
ACESSO AO CONVÊNIO USP/UNICAMP/UNB: PORTUGUÊS, MATEMÁTICA, BIOLOGIA E HISTÓRIA (PROGRAMA DO PSS2)

DATA DE DIVULGAÇÃO DO RESULTADO: 04 DE DEZEMBRO

INÍCIO DAS MATRÍCULAS: 04 DE DEZEMBRO