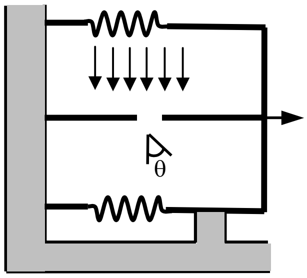
1ª Questão

A figura abaixo mostra uma fenda iluminada por uma luz de comprimento de onda λ. Com as molas não deformadas, o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração é θ. Determine:
1 – a largura **d** da fenda com as molas não deformadas;
2 – o valor da força **F** que deverá ser aplicada para que o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração passe a ser $\frac{\theta}{2}$.

Dado: constante elástica de cada mola: **k**.
Obs.: despreze todas as forças de atrito.



Solução Ideal:

1. Deve-se lembrar que a condição de mínimo de intensidade para difração de fenda única é: $d.\text{sen}(\theta) = m.\lambda$

Assim, para o primeiro mínimo (m = 1) temos $d = \dfrac{\lambda}{\text{sen}(\theta)}$.

2. Ao se aplicar no dispositivo a força $\vec{F}$, cujo módulo é igual a 2kx, onde x representa a deformação de cada mola, verifica-se que a abertura da fenda aumenta e por conseguinte altera o ângulo correspondente ao primeiro mínimo para $\theta/2$.
Como o comprimento de onda é mantido, temos que a nova abertura passa a ser:

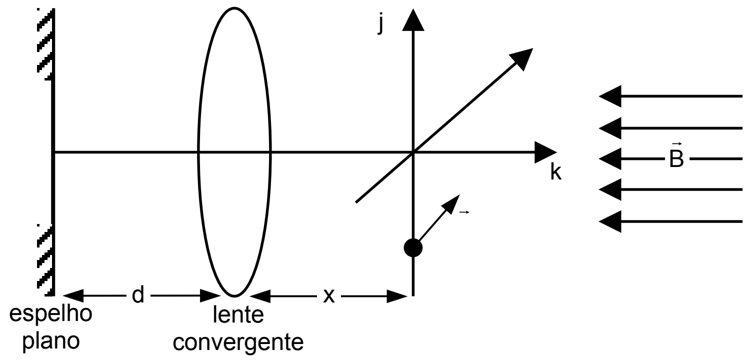
$d' = d + x \Rightarrow \dfrac{\lambda}{\text{sen}(\theta/2)} = \dfrac{\lambda}{\text{sen}(\theta)} + x \Rightarrow x = \lambda\left(\dfrac{1}{\text{sen}(\theta/2)} - \dfrac{1}{\text{sen}(\theta)}\right)$. Portanto: $F = 2kx \Rightarrow F = 2k\lambda\left(\dfrac{1}{\text{sen}(\theta/2)} - \dfrac{1}{\text{sen}(\theta)}\right)$

2ª Questão

Uma partícula carregada está sujeita a um campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ paralelo ao eixo **k**, porém com sentido contrário. Sabendo que sua velocidade inicial é dada pelo vetor $\vec{\mathbf{v}}_0$, paralelo ao eixo **i**, desenhe a trajetória da imagem da partícula refletida no espelho, não deixando de indicar a posição inicial e o vetor velocidade inicial da imagem (módulo e direção). Justifique sua resposta.

Dados: os eixos **i, j** e **k** são ortogonais entre si;
distância focal da lente = **f** (**f < x**);
massa da partícula = **m**
carga da partícula = **q.**

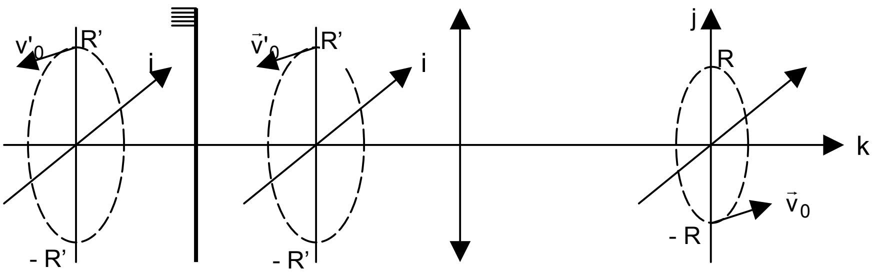
OBS.: o espelho e a lente estão paralelos ao plano **i-j**.



Solução Ideal:

Considerando o campo magnético uniforme, a partícula de carga q, ao penetrar perpendicularmente no mesmo, descreverá uma trajetória circular cujo raio é determinado por: $F_{mag} = q.v.B.\text{sen}\,\theta \Rightarrow \dfrac{m.v^2}{R} = q.v.B.\text{sen}\theta \Rightarrow R = \dfrac{m.v}{q.B}$.

No enunciado está claro que a distância do plano ij (plano de movimento da partícula) é maior que a distância focal da lente, caracterizando que a imagem do objeto deve ser real para a lente. Tal imagem configurará para o espelho plano objeto de natureza indefinida. Considerando $p_1' < d$ (no caso em que $p_1' > d$, resolve-se de maneira semelhante), a imagem real (lente) será objeto real (espelho) e por conseguinte formar-se-á uma imagem virtual (espelho).



Assim: $\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{p'} \Rightarrow p'=\frac{x.f}{x-f}$, com x > f (p' > 0, imagem real)

Quanto à dimensão do raio imagem: $\frac{R'}{R}=-\frac{p'}{p} \Rightarrow R'=-R.\frac{p'}{p} \Rightarrow R'=-R\frac{f}{x-f}$ (imagem invertida)

Como a velocidade angular na imagem é igual a do objeto:

$$\frac{v_0}{R}=\frac{v'_0}{R'} \Rightarrow v'_0=\frac{R'}{R}v_0 \Rightarrow v'_0=-\frac{f}{x-f}v_0 \Rightarrow |\vec{v}'_0|=\frac{f}{x-f}|\vec{v}_0|$$

3ª Questão

A figura **1** ilustra um sistema de aquecimento de água em um reservatório industrial. Duas bombas hidráulicas idênticas são utilizadas, sendo uma delas responsável pela captação de água da represa, enquanto a outra realiza o fornecimento da água aquecida para o processo industrial. As bombas são alimentadas por uma única fonte e suas características de vazão versus tensão encontram-se na figura **2**. O circuito de aquecimento está inicialmente desligado, de maneira que a temperatura da água no tanque é igual a da represa. Supondo que a água proveniente da represa seja instantaneamente misturada pelo agitador no tanque, que não haja dissipação térmica no tanque e que o sistema de aquecimento tenha sido acionado,determine:

1 – a vazão das bombas, caso a tensão das bombas seja ajustada para **50 V**;
2 – a energia em joules fornecida pela resistência de aquecimento em **1 minuto** ao acionar a chave **S**;
3 – a temperatura final da água aquecida, após a estabilidade da temperatura da água no tanque.

Dados: temperatura da água na represa: **20°C**;
calor específico da água: $\mathbf{c_{água} = 1}$ **cal/g°C**;
densidade da água: $\mathbf{d_{água} = 1}$;
$\mathbf{R_1 = 2\Omega}$, $\mathbf{R_2 = 8\Omega}$ e **1 cal = 4,18 J**.

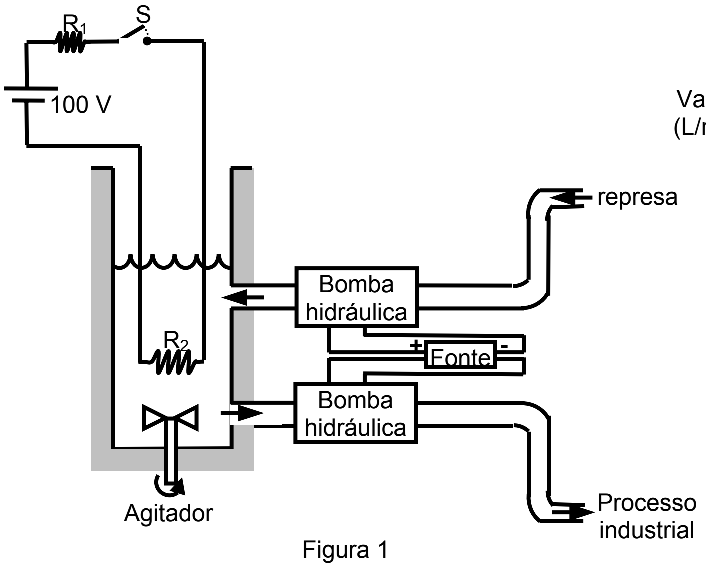


Figura 1

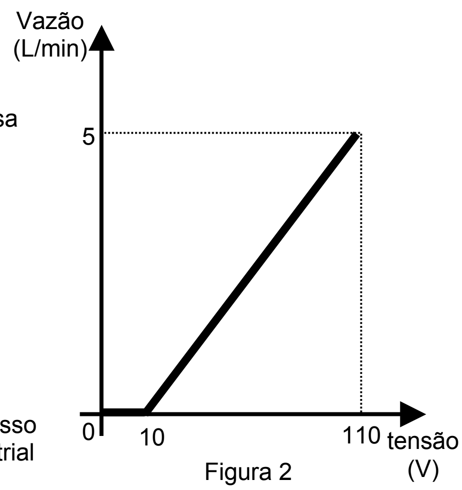


Figura 2

Solução Ideal:

1. Analisando o gráfico dado, verifica-se que a função Z(V) – vazão em função da tensão – partir de uma tensão igual a 10 V é dada por: $Z(V)=\frac{V-10}{20}$ L/min. Para V = 50 V temos que $Z(50)=\frac{50-10}{20}=2{,}0$ L/min

2. Quando for acionada a chave, a intensidade de corrente elétrica que fluirá pelo circuito será:
$\Sigma\varepsilon = i.\Sigma R \Rightarrow 100 = i(2 + 8) \Rightarrow i = 10$ A
A quantidade de energia dissipada pela resistência de aquecimento (R_2) é dada por:

$$R_2.i^2=\frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E = (8)(10^2)(60) \Rightarrow \Delta E = 4{,}8.10^4 \text{ J}$$

3. Para a resolução deste item, utilizaremos os valores obtidos nos itens 1 e 2.

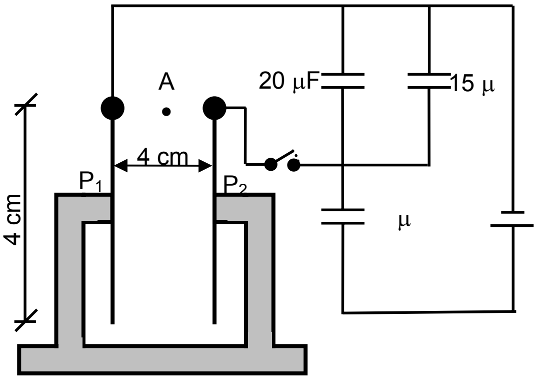
$$R_2.i^2=\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{m.c.\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mu.V.c.\Delta\theta}{\Delta t}=\mu.Z.c.\Delta\theta \Rightarrow (8)(100)=(1)\left(\frac{2}{60}\right)(4{,}18.10^3)\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 5{,}74\ ^oC$$

Finalmente: $\Delta\theta = \theta_f - \theta_0 \Rightarrow 5{,}74 = \theta_f - 20 \Rightarrow \theta_f = 25{,}74\ ^oC$

4ª Questão

A figura abaixo mostra duas placas metálicas retangulares e paralelas, com **4m** de altura e afastadas de **4cm**, constituindo um capacitor de **5 μF**. No ponto **A**, eqüidistante das bordas superiores das placas, encontra-se um corpo puntiforme com **2g** de massa a carregado com **+4 μC**.

O corpo cai livremente e após **0,6 s** de queda livre a chave **K** é fechada, ficando as placas ligadas ao circuito capacitivo em que a fonte **E** tem **60 V** de tensão. Determine:
1 – com qual das placas o corpo irá se chocar (justifique sua resposta);
2 – a que distância da borda inferior da placa se dará o choque.
Dado: aceleração da gravidade: $\mathbf{g = 10\ m/s^2}$.



Solução Ideal:

1. Com a placa P_1. Antes do fechamento da chave K tem-se três capacitores carregados tal que suas placas superiores carregadas negativamente e as inferiores positivamente. Ao se fechar a chave, as placas P_1 e P_2 eletrizam-se por indução, ocorrendo uma nova redistribuição de carga no circuito.
Estando a placa P_1 ligada diretamente ao pólo negativo da fonte, esta induzirá carga positiva na placa P_2, sendo assim a partícula que está eletrizada positivamente será desviada para P_1.
2. Cálculo da ddp entre as placas P_1 e P_2.
Ao se fechar a chave, tem-se que a capacitância na parte superior do circuito será $C_s = 5 + 20 + 15 = 40\ \mu F$, ficando em série com a capacitância inferior de 20 μF, dando uma capacitância equivalente de: $C_{eq} = \dfrac{40.20}{40+20} = \dfrac{40}{3}\mu F$.

Como capacitores em série armazenam cargas iguais, temos que:

$Q = C_{eq}.U \Rightarrow Q = \dfrac{40}{3}.60 \Rightarrow Q = 800\ \mu C$ que equivale a carga armazenada pela capacitância superior (associação em paralelo) e a inferior (20 μF), sendo assim a ddp na superior: $U_s = \dfrac{Q}{C_s} = \dfrac{800}{40} = 20V$.

3. O campo entre as placas é dado por: $U = E.d \Rightarrow 20 = E.(4.10^{-2}) \Rightarrow E = 500\ V/m$
4. Analisando o movimento da carga, temos que:

i) t = 0 s a t = 0,6 s $\Rightarrow E = 0 \Rightarrow$ a carga está em queda livre $\Rightarrow \Delta s = \dfrac{g.t^2}{2} = \dfrac{(10).(0,6)^2}{2} = 1{,}8\ m$

ii) a partir de t = 0,6 s $\Rightarrow \vec{E} \neq 0 \Rightarrow$ na horizontal a carga descreve um movimento uniformemente variado, onde:

$a_x = \dfrac{q.E}{m} = \dfrac{(4.10^{-6})(5.10^2)}{2.10^{-3}} = 1\ m/s^2$.

Como $\Delta s_x = \dfrac{a_x.t^2}{2} \Rightarrow 2.10^{-2} = \dfrac{(1).t^2}{2} \Rightarrow$ t = 0,2 s, que representa o intervalo de tempo a partir de t = 0,6 s que a partícula gasta pata colidir com a placa P_1. Portanto, a colisão ocorre no instante t = 0,8 s.

Desta forma: $\Delta s_y = \dfrac{g.t^2}{2} = \dfrac{(10)(0,8)^2}{2} = 3{,}2\ m$

Assim, a distância do ponto de colisão com a placa e a borda inferior é d = 4 – 3,2 = 0,8 m

5ª Questão

Um tanque de guerra de massa **M** se desloca com velocidade constante $\mathbf{v_0}$. Um atirador dispara um foguete frontalmente contra o veículo quando a distância entre eles é **D**. O foguete de massa **m** e velocidade constante $\mathbf{v_f}$ colide com o tanque, alojando-se em seu interior. Neste instante o motorista freia com uma aceleração de módulo **a**. Determine:
1 – o tempo **t** transcorrido entre o instante em que o motorista pisa no freio e o instante em que o veículo pára;
2 – a distância a que, ao parar, o veículo estará do local de onde o foguete foi disparado.

Solução Ideal:

1. Da conservação no momento linear, temos que: $\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow Mv_0 - mv_f = (M+m)v' \Rightarrow v' = \dfrac{Mv_0 - mv_f}{M+m}$, onde v'representa a velocidade do tanque após a colisão.
O motorista ao pisar no freio retarda o movimento do tanque, gastando um tempo até parar de:

$t' = \dfrac{\Delta v}{-a} = \dfrac{0-v'}{-a} = \dfrac{v'}{a} \Rightarrow t' = \dfrac{1}{a}\left(\dfrac{Mv_0 - mv_f}{M+m}\right)$.

2. Cálculo do tempo até o instante da colisão: $\Delta s_{relativo} = v_{velativa}.t \Rightarrow D = (v_0 + v_f)t \Rightarrow t = \frac{D}{v_0 + v_f}$.

3. O deslocamento do tanque para o referido tempo é dado por: $\Delta s_T = v_0.t \Rightarrow \Delta s_T = v_0\frac{D}{v_0 + v_f}$

Após a colisão, o deslocamento do tanque será:

$v_f^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta s'_T \Rightarrow 0 = v'^2 - 2.a.\Delta s'_T \Rightarrow \Delta s'_T = \frac{1}{2a}\left(\frac{Mv_0 - mv_f}{M+m}\right)^2$

Como não sabemos se o tanque ultrapassa ou não a posição do atirador:

$d = |D - (\Delta s_T + \Delta s'_T)| \Rightarrow d = \left|D - \left[D\frac{v_0}{v_0+v_f} + \frac{1}{2a}\left(\frac{Mv_0 - mv_f}{M+m}\right)^2\right]\right| \Rightarrow d = \left|\frac{D.v_f}{v_0+v_f} - \frac{1}{2a}\left(\frac{Mv_0 - mv_f}{M+m}\right)^2\right|$

6ª Questão

Um tanque contém **2 líquidos** imiscíveis, $\mathbf{L_1}$ e $\mathbf{L_2}$, com massas específicas ρ_1 e ρ_2, respectivamente, estando o líquido $\mathbf{L_2}$ em contato com o fundo do tanque. Um cubo totalmente imerso no líquido $\mathbf{L_1}$ é solto e, após **2 segundos**, sua face inferior toca a interface dos líquidos. Sabendo que a distância percorrida pelo cubo desde o instante em que é solto tocar o fundo do tanque é de **31 m,** pede-se:

1 – esboce o gráfico da velocidade **v** do cubo em função da distância percorrida pelo mesmo, para o todo o percurso;

2 – mostre, no gráfico, as coordenadas dos pontos correspondentes às seguintes situações: (**a**) a face inferior do cubo toca a interface dos líquidos; (**b**) a face superior do cubo toca a interface dos líquidos e (**c**) o cubo toca o fundo do tanque.

Dados: $\boldsymbol{\rho_1 = 2000\ kg/m^3}$ e $\boldsymbol{\rho_2 = 3000\ kg/m^3}$;
massa específica do cubo: $\boldsymbol{\rho_{cubo} = 4000\ kg/m^3}$;
volume do cubo: $\boldsymbol{V_{cubo} = 1 m^3}$;
aceleração da gravidade: $\boldsymbol{g = 10\ m/s^2}$.

Solução Ideal:

I) Cálculo da aceleração do corpo quando em movimento nos líquidos:
De acordo com a Segunda lei de Newton, temos que:

$F_{resultante} = m.a \Rightarrow P - E = m.a \Rightarrow \rho_C.g.V - \rho_L g.V = \rho_C.V.a \Rightarrow a = g.\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_C}\right)$.

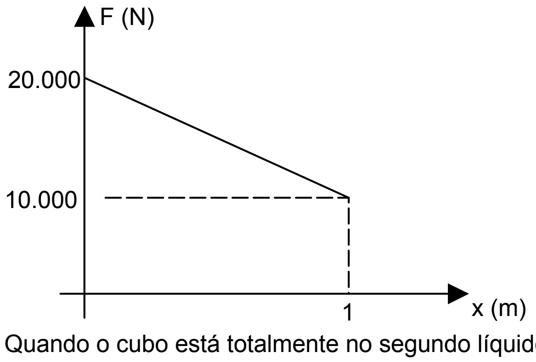
Temos então que no líquido (1), $\mathbf{a_1 = 5{,}0\ m/s^2}$ e no líquido (2) $\mathbf{a_2 = 2{,}5\ m/s^2}$.
Quando o corpo está totalmente imerso no líquido 1, a velocidade como função da distância é dada por:

$v = \sqrt{2.a_1.x} \Rightarrow v = \sqrt{10x} \quad 0 \le x \le 10\ m$

II) Do instante t = 2s até o instante em que a face superior do cubo coincide com a superfície de separação dos líquidos, a aceleração é variável, sendo dada por:

$m.a = mg - (F_2 - F_1) \Rightarrow \rho_C.V.a = \rho_C.g.V - (p_2 - p_1).S \Rightarrow \rho_C.V.a = \rho_C.g.V - [\rho_2.g.x - \rho_1.g.(1 - \Delta x)] \Rightarrow \mathbf{a = 5 - 2{,}5.\Delta x}$

III) Cálculo das velocidades e dos deslocamentos:
a) no instante em que a face inferior do cubo coincide com a superfície de separação dos líquidos (t = 2,0s), temos que:
$v_2 = v_0 + at \Rightarrow v_2 = 5.2 \Rightarrow \mathbf{v_2 = 10\ m/s}$. Por Torricelli: $v_2^2 = 2.a.\Delta S \Rightarrow \mathbf{\Delta S = 10\ m}$.
b) Durante a passagem de um líquido para o outro, calculemos o trabalho realizado pela força resultante, cujo gráfico:



O trabalho de F é numericamente igual à área da curva:
$W_F = (20000 + 10000).(1/2) \Rightarrow W_F = 15000\ J$
Pelo Teorema da energia cinética temos que:

$W_F = \frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow 15000 = \frac{4000v_3^2}{2} - \frac{4000.10^2}{2} \Rightarrow$

$v_3^2 = 107{,}5 \Rightarrow v_3 = 10{,}4\ m/s$

Quando o cubo está totalmente no segundo líquido, a velocidade como função da distância é dada por:

$v = \sqrt{v_3^2 + 2.a.x} \Rightarrow v = \sqrt{107{,}5 + 5x} \quad 11\ m \le x \le 31\ m$

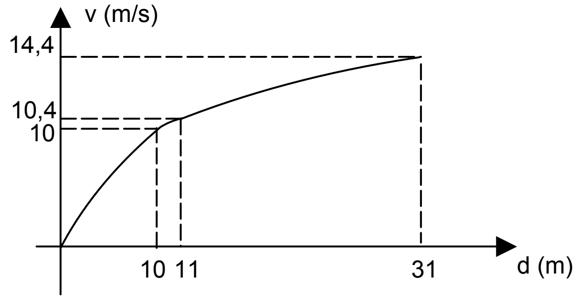
Quando o cubo está entre os dois líquidos:
$a = 5 - 2{,}5.\Delta x \Rightarrow a = 5 - 2{,}5.(x - 10) \Rightarrow a = 30 - 2{,}5.x \quad 10\ m \le x \le 11\ m$

$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = 30 - 2{,}5.x \Rightarrow v\,dv = (30 - 2{,}5.x)dx \Rightarrow \int_{10}^{v} v dv = \int_{10}^{x}(30 - 2{,}5.x)dx \Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{10^2}{2} = 30(x - 10) - 1{,}25.(x^2 - 10^2) \Rightarrow$

$v = \sqrt{-250 + 60x - 2{,}5x^2} \quad 10\ m \le x \le 11\ m$

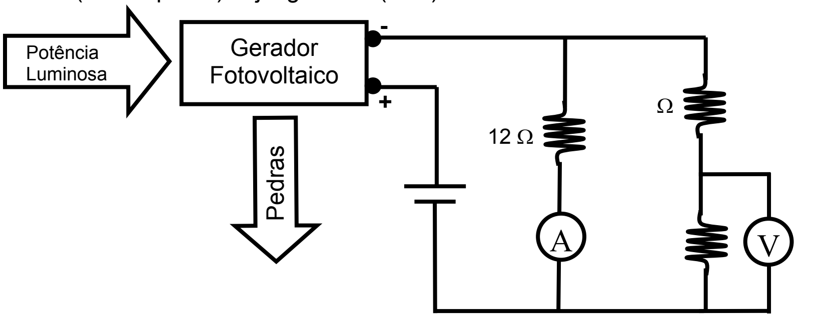
c) Do instante em que a face superior do cubo coincide com a superfície de separação dos líquidos até o instante em que ele atinge o fundo do tanque temos, por Torricelli: $v_4^2 = v_3^2 + 2.a.\Delta s \Rightarrow v_4^2 = 107{,}5 + 2(2{,}5)(20) \Rightarrow v_4 = 14{,}4\ m/s$

O esboço do gráfico pedido está abaixo:



7ª Questão

A figura abaixo mostra o esquema de um gerador fotovoltaico alimentando um circuito elétrico com **18 V**. Sabendo que a potência solicitada na entrada do gerador (potência luminosa) é de **100 W**, determine o rendimento do gerador na situação em que a razão dos valores numéricos da tensão e da corrente medidos, respectivamente, pelo voltímetro **V** (em volts) e pelo amperímetro **A** (em ampères) seja igual a **2** (dois).



Solução Ideal:

De acordo com o enunciado, o gerador fotovoltaico alimenta o circuito com 18 V. Assim, as resistências recebem apenas 8 V de tensão útil, já que no circuito há uma queda de 10 V.

O resistor de 12 Ω é percorrido por uma corrente i_1 de: $U_{AB} = i_1.R \Rightarrow 8 = i_1.12 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3}$ A

Como a relação entre os valores numéricos da tensão e da corrente é igual a 2, temos:

$\frac{V}{A} = 2 \Rightarrow \frac{V}{2/3} = 2 \Rightarrow V = \frac{4}{3}$ V (ddp na resistência R)

Portanto, a ddp na resistência de 2 Ω vale: $U = 8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$ V

Deste modo, a corrente neste ramo será igual a: $U = R.i_2 \Rightarrow \frac{20}{3} = 2.i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{10}{3}$ A

Na resistência temos: $R = R.i_2 \Rightarrow \frac{4}{3} = R.\frac{10}{3} \Rightarrow R = 0{,}4\ \Omega$

A corrente total no circuito é: $i = i_1 + i_2 = 2/3 + 10/3 = 4$ A.

Conseqüentemente a potência fornecida pelo gerador vale: $Pot_f = U.i = 18.4 = 72$ W. Finalmente: $\eta = \frac{Pot_f}{Pot_T} = \frac{72}{100} = 0{,}72$

8ª Questão

Uma certa usina termoelétrica tem por objetivo produzir eletricidade para consumo residencial a parir da queima de carvão. São consumidas **7,2 toneladas** de carvão por hora e a combustão de cada quilo gera **2 x 10^7J** de energia. A temperatura de queima é de **907°C** e existe uma rejeição de energia para um riacho cuja temperatura é de **22°C**. Estimativas indicam que o rendimento da termoelétrica é **75%** do máximo admissível teoricamente. No discurso de inauguração desta usina, o palestrante afirmou que ela poderia atender, no mínimo, à demanda de **100.000** residências. Admitindo que cada unidade habitacional consome mensalmente **400 kWh** e que a temperatura opera durante **29,63 dias** em cada mês, o que equivale a aproximadamente **2,56 x 10^6** segundos, determine a veracidade daquela afirmação e justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica do problema.

Solução Ideal:

Vamos calcular inicialmente a potência média obtida através da queima de carvão durante 29,63 dias.

$$Pot_{carvão} = \frac{m}{\Delta t}.\frac{E}{m} = \frac{(7{,}2.10^3)(24)(29{,}63)}{2{,}56.10^6}.\frac{2.10^7}{1} \cong 4{,}00.10^4 \text{ kW}$$

Rendimento do Ciclo de Carnot equivalente, trabalhando entre as temperaturas de 22 °C e 907 °C:

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{22+273}{907+273} \Rightarrow \eta_{carnot} = 0{,}75$$

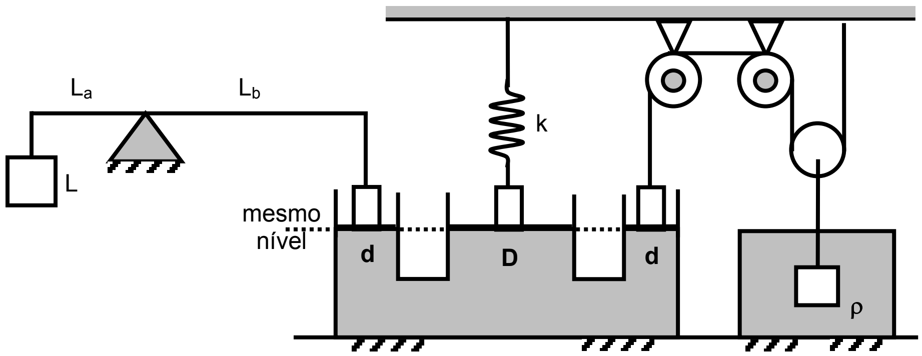
Portanto, o rendimento da termoelétrica é igual a: $\eta_{term.} = (0{,}75)(\eta_{carnot}) = (0{,}75)(0{,}75) \Rightarrow \eta_{term.} = 0{,}5625$
Desta forma, a potência fornecida pela termoelétrica:
$Pot_{term.} = \eta_{term.}Pot_{carvão} \cong (0{,}5625)(4{,}00.10^4) \Rightarrow Pot_{term.} \cong 2{,}25.10^4$ kW
A potência média consumida pelas casas durante 29,63 dias pode ser calculada da seguinte forma:

$$Pot_{casas} = 10^5 \frac{E}{\Delta t} = 10^5 \frac{400.10^3}{(24)(29{,}63)} \cong 5{,}62.10^4 \text{ kW}$$

Repare que temos uma contradição entre os valores calculados para a potência fornecida pela termoelétrica (total) e a potência consumida pelas casas (útil), pois o valor da potência útil é maior que o da potência total. Conclui-se, portanto, que os valores numéricos propostos são inconsistentes com o que é pedido no enunciado. Não é necessário fazer uma análise termodinâmica. Uma análise apenas dinâmica já indica que a questão é fisicamente impossível.
Provavelmente o elaborador desta questão tinha em mente fazer uma comparação entre o rendimento máximo da termoelétrica (que vale $\eta_{term.} = 0{,}5625$) e o rendimento relativo à potência consumida pelas casas ($\eta = \frac{Pot_{casas}}{Pot_{term.}}$). Caso o valor de η fosse maior que $\eta_{term.}$ (que é o máximo permitido), então teríamos uma inconsistência do ponto de vista termodinâmico. Se η fosse menor que $\eta_{term.}$ então o sistema seria termodinamicamente possível. Todavia, o valor de η, pelos dados da questão, é maior que 1, que é um absurdo, impossibilitando qualquer análise termodinâmica.

9ª Questão

Cinco cubos idênticos, de aresta **L** e massa específica μ, estão dispostos em um sistema em equilíbrio, como mostra a figura. Uma mola de constante elástica **k** é comprimida e ligada ao centro do cubo, que se encontra sobre o pistão do cilindro maior de diâmetro **D** de um dispositivo hidráulico. Os demais cilindros deste dispositivo são idênticos e possuem diâmetro d. Em uma das extremidades do dispositivo hidráulico existe um cubo suspenso por um braço de alavanca. Na outra extremidade existe outro cubo ligado a fios ideais e a um conjunto de roldanas. Este conjunto mantém suspenso um cubo totalmente imerso em um líquido de massa específica ρ. Sendo **g** a aceleração da gravidade e desprezando as massas, pistões, fios e roldanas, determine:
1 – a relação $\mathbf{L_a/L_b}$ dos comprimentos do braço de alavanca no equilíbrio em função de ρ e μ.;
2 – o comprimento $\mathbf{\Delta x}$ de compressão da mola para o equilíbrio;



Dispositivo hidráulico

Solução Ideal:

1. Analisemos inicialmente o sistema formado pelos blocos ligados pelo conjunto de roldanas.
Se T é a tração no fio, no bloco da direita temos: $2T = P - E \Rightarrow 2T = \mu g L^3 - \rho g L^3$
Se N é a normal do bloco da esquerda com o pistão:

$$T = P - N \Rightarrow 2T = 2\mu g L^3 - 2N \Rightarrow \mu g L^3 - \rho g L^3 = 2\mu g L^3 - 2N \Rightarrow N = \frac{(\mu+\rho)gL^3}{2}$$

Pelo princípio da ação e reação, o módulo da força exercida pelo líquido sobre este pistão é igual a N.
Pelo princípio de Pascal, podemos afirmar que a força que o líquido exerce sobre o pistão mais a esquerda é igual à força exercida pelo líquido sobre o pistão mais à direita (cujo módulo é N), uma vez que as áreas destes dois pistões são iguais.
Assim, analisando o equilíbrio na alavanca: $P.L_a = (P - N).L_b \Rightarrow \mu.g.L^3.L_a = \left(\mu.g L^3 - \frac{\mu.g.L^3 + \rho.g.L^3}{2}\right).L_b \Rightarrow \frac{L_a}{L_b} = \frac{\mu - \rho}{2\mu}$

2. Seja N' a força que o líquido exerce sobre o pistão central.
Analisando a prensa hidráulica formada pelo pistão central e o pistão mais a direita, temos:

$$\frac{N'}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} \Rightarrow N' = N\left(\frac{D}{d}\right)^2 \Rightarrow N' = \frac{(\mu+\rho)gL^3}{2}\left(\frac{D}{d}\right)^2$$

Como a mola está comprimida: $k.\Delta x = N' - P \Rightarrow k.\Delta x = \frac{(\mu+\rho)gL^3D^2}{2d^2} - \mu.g.L^3 \Rightarrow k = \frac{[\mu(D^2 - 2d^2) + \rho D^2]gL^3}{2kd^2}$

10ª Questão

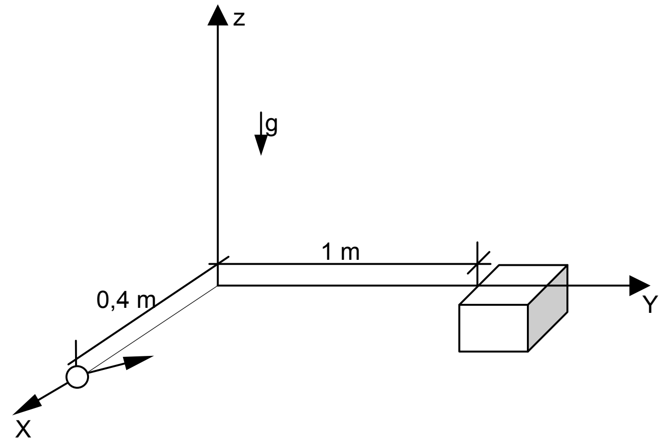
Um pequeno corpo é lançado com velocidade inicial, tendo componentes $\mathbf{v_x = -2\ m/s;\ v_y = 3\ m/s}$ e $\mathbf{v_z = 2\ m/s}$ em relação ao referencial **XYZ** representado na figura. A partícula sai do chão na posição **(0,4; 0; 0)** e atinge o plano **YZ** quando sua altura é máxima. Neste instante, é emitido deste ponto um raio de luz branca que incide no cubo de vidro encaixado no chão com uma única face aparente no plano **XY** e cubo centro se encontra no eixo **Y**. O cubo tem aresta **L** e sua face mais próxima ao plano **XZ** está à distância de **1m**. Determine:

1 – a posição em que o corpo atinge o plano **YZ**;

2 – qual das componentes da luz branca, devido à refração, atinge a posição mais próxima do centro da face que está oposto à aparente, considerando que o raio incidente no cubo é o que percorre a menor distância desde a emissão da luz branca até a incidência no cubo.

Dados: aceleração da gravidade: $\mathbf{g = 10\ m/s^2}$;
Índice de refração do ar: $\mathbf{n_{ar} = 1{,}00}$.
tabela com índices de refração do vidro para as diversas cores:

Cor	Índice de refração
vermelho	1,41
laranja	1,52
amarelo	1,59
verde	1,60
azul	1,68
anil	1,70
violeta	1,73



Solução Ideal:

1. Seja P = (x, y, z) o ponto onde o corpo atinge o plano YZ. Evidentemente, x = 0.
Vamos analisar o movimento em cada eixo.

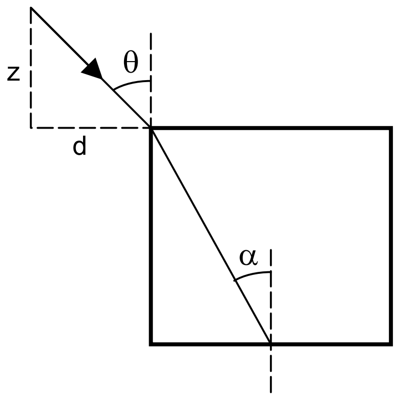
i) Eixo x (MU): $\Delta x = v_x.\Delta t \Rightarrow 0 - 0{,}4 = -2.\Delta t \Rightarrow \Delta t = 0{,}2$ s

ii) Eixo y (MU): $\Delta y = v_y.\Delta t \Rightarrow y - 0 = (3)(0{,}2) \Rightarrow y = 0{,}6$ m

iii) Eixo z (MUV): $\Delta z = v_z.\Delta t - \dfrac{g.(\Delta t)^2}{2} \Rightarrow z - 0 = (2)(0{,}2) - 5(0{,}2)^2 \Rightarrow z = 0{,}2$ m

Assim, temos que P = (0; 0,6; 0,2).

2.



Na figura temos que: d = 1,0 – y = 1,0 – 0,6 = 0,4 m.

Assim: $\text{tg}\theta = \dfrac{d}{z} = \dfrac{0{,}4}{0{,}2} = 2 \Rightarrow \text{sen}\theta = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

No cubo, podemos observar que: $\text{tg}\alpha = \dfrac{L/2}{L} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \text{sen}\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Vamos calcular agora o valor de n para que o raio refratado atinja o centro da face oposta à aparente.

Pela Lei de Snell: $n_{ar}.\text{sen}\,\theta = n.\text{sen}\,\alpha \Rightarrow (1{,}0)\dfrac{2\sqrt{5}}{5} = n.\dfrac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow n = 2.$

O valor mais próximo deste, dentro do espectro visível da luz, é o n para a cor violeta.

Solução Ideal – IME 2004 – Física

Este gabarito foi totalmente elaborado pela equipe de professores de Física do Ideal Militar

Equipe de Física
Prof. Marcelo Rufino
Prof. Felix Anderson Erdócia

Coordenadores
Marcelo Rufino
Marcos Flexa

Digitação
Sueli Santos