

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

PROVA CÓDIGO 21

01 –

Hotel Fazenda B

Chalés com acomodação para até 10 pessoas.
Diária do Chalé: 80 reais
Refeição opcional (14 reais por dia por pessoa)

O Sr. Souza, esposa e filhos optaram pelo passeio acima anunciado e, aproveitando as férias escolares, passaram 5 dias hospedados no Hotel Fazenda B fazendo todas as refeições, gastando ao todo 1100 reais, dos quais 280 reais cobriram despesas com telefone, frigobar e lazer.

É correto afirmar que

- a) a família levou 6 filhos.
- b) As despesas com refeições totalizaram 400 reais.
- c) No chalé sobraram 4 acomodações.
- d) Se não tivessem ocorrido as despesas extras com frigobar, telefone e lazer, eles poderiam ter ficado mais 1 dia e teriam economizado ainda 120 reais.

ALTERNATIVA C

Sejam:

d – número de dias

n – número de pessoas

D – despesa com diária e refeições opcionais

Portanto: $D = 80.d + 14.n.d \Rightarrow$

$1100 - 280 = 80.5 + 14.5.n \Rightarrow n = 6$

Como o chalé comporta 10 pessoas então sobraram 4 acomodações.

02 – Em julho de 2001, uma pessoa gastava 27,3% do seu salário com o pagamento da prestação da casa própria. Em 2002, houve dois reajustes no seu salário: 40% em janeiro e 30% em junho. Se, em julho de 2002, o aumento daquela prestação foi de 130%, que porcentagem de seu salário a pessoa passou a gastar?

- a) 29,7% c) 34,5%
- b) 32,7% d) 36,9%

ALTERNATIVA C

Salário – x Julho 2001 – 27,3% x

Janeiro 2002 – (40% aumento) – 1,4x

Junho 2002 (30% aumento):

$1,4x + 0,3.1,4x = 1,82x$

Julho 2002- $27,3\%x + 1,3 (27,3\%x) = 62,79\%x$

$1,82x - 100\%$

$0,6279 - y\%$

$Y = \frac{62,79}{1,82} = 34,5\%$

03 – Dado o número complexo z tal que $z + 2\bar{z} - 9 = 3i$, é correto afirmar que:

- a) $|z| = 3\sqrt{10}$
- b) $z = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$
- c) $\bar{z} = 9 - 3i$
- d) $z^{-1} = \frac{1+i}{3}$

ALTERNATIVA B

Seja $z = x + y.i$

$$z + 2\bar{z} - 9 = 3i \Rightarrow x + y.i + 2x - 2y.i - 9 = 3i \Rightarrow (3x - 9) + (-y - 3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ e } y = -3 \Rightarrow z = 3 - 3i$$

Colocando da forma trigonométrica:

$$|z| = 3\sqrt{2} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{7\pi}{4}$$

$$\text{Assim: } z = 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$$

04 – Analise as alternativas e marque a correta.

- a) Dado o complexo $z = m + mi$, onde $m \in \mathbb{R}^*$ e i é a unidade imaginária, pode-se dizer que o afixo de $(\bar{z})^2$ é, em relação à origem, simétrica do afixo $(-2m^2, 0)$.
- b) No plano de Argand-Gauss os complexos z, tais que $|z - 1| \leq 1$, são representados pelos pontos do círculo de centro (0, 1) e raio unitário.
- c) Se $n \in \mathbb{N}$ e i a unidade imaginária, então $(i^{n+1} + i^n)^8$ é um número real maior do que zero.
- d) Se $z = a + bi$ ($a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ e i é a unidade imaginária) é um complexo, então $z - \bar{z}$ é sempre um número complexo imaginário puro.

ALTERNATIVA C

a) Falsa

Como $z = m + m.i$ possui argumento igual a

$$\pi/4 \Rightarrow \bar{z} \text{ possui argumento } -\pi/4 \Rightarrow (\bar{z})^2$$

possui argumento igual a $-\pi/2$. O argumento de $(-2m^2, 0)$ é π , ou seja, não é simétrico de $(\bar{z})^2$.

b) Falsa

se $z = x + y.i \Rightarrow |z - 1| = |(x - 1) + y.i| \leq 1 \Rightarrow (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \Rightarrow$ círculo com centro em (1, 0) e raio igual a 1.

c) Verdadeira.

$$(i^{n+1} + i^n)^8 = [i^n(i + 1)]^8 = i^{8n}(1 + i)^8$$

$$\text{Como } i^8 = 1 \Rightarrow i^{8n} = 1 \Rightarrow (i^{n+1} + i^n)^8 = (1 + i)^8$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

Como $1 + i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow$

$$(i^{n+1} + i^n)^8 = (1 + i)^8 = 2^4 (\cos 2\pi + i \cdot \sin 2\pi) = 16$$

d) Falsa.

$$z - \bar{z} = a + b \cdot i - (a - b \cdot i) = 2b \cdot i$$

Entretanto, se $b = 0 \Rightarrow z - \bar{z} = 0$, que não é imaginário puro.

05 – Uma P.A. cujo primeiro termo é zero e uma P.G. cujo primeiro termo é 1 possuem a mesma razão. O nono termo da P.G. é igual ao quadrado do nono termo da P.A.. Então.

a) uma das razões comum é -2 .

b) a razão comum é -1 .

c) a razão comum é 1.

d) não existem as duas progressões.

ALTERNATIVA A

PA: $a_n = (n - 1)r$ PG: $A_n = r^{n-1}$

$$A_9 = (a_9)^2 \Rightarrow r^8 = (8r)^2 \Rightarrow r^8 = 64r^2 \Rightarrow$$

$$r^2(r^6 - 64) = 0$$

i) $r = 0$

ii) $r \neq 0 \Rightarrow r^6 = 64 \Rightarrow r = 2$ ou $r = -2$

06 – Considere uma P.G. onde o 1º termo é a , $a > 1$, a razão é q , $q > 1$, e o produto dos seus termos é c . Se $\log_a b = 4$, $\log_q b = 2$ e $\log_c b = 0,01$, então a soma dos termos da P.G. é:

a) $\frac{a^{41} - a}{a^2 - 1}$ c) $\frac{a^{41} - 1}{a^2 - 1}$

b) $\frac{a^{40} - a}{a^2 - 1}$ d) $\frac{a^{40} - 1}{a^2 - 1}$

ALTERNATIVA A

Aplicando a definição de logaritmo:

$$b = a^4 \quad b = q^2 \quad b = c^{0,01} \Rightarrow a^4 = q^2 = c^{0,01} \Rightarrow$$

$$q = a^2 \quad \text{e} \quad c = a^{400} = q^{200} \quad \text{pois } |a| > 0 \text{ e } |q| > 0$$

Como c é o produto dos n termos da PG:

$$c = \sqrt{(a \cdot a_n)^n} = \sqrt{(a \cdot a \cdot q^{n-1})^n} = a^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow$$

$$a^{400} = a^n \cdot (a^2)^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow a^{400} = a^{n+n(n-1)} = a^{n^2} \Rightarrow$$

$$400 = n^2 \Rightarrow n = 20 \quad \text{pois } n > 0$$

Portanto:

$$S = \frac{a(q^{20} - 1)}{q - 1} = \frac{a((a^2)^{20} - 1)}{a^2 - 1} = \frac{a^{41} - a}{a^2 - 1}$$

07 – Analise as proposições abaixo, classificando-as em V (verdadeiro) ou F (falso):

() Se $p(x) = 2x^3 - (p - 1)x + 4$ e $m(x) = qx^3 + 2 + q$ são polinômios idênticos, então $p^2 + q^2 = 5$.

() Dividindo-se $A(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ por $B(x)$, obtém-se o quociente $C(x) = 1 + x$ e resto $R(x) = C(x)$. Pode-se afirmar que $B(x)$ é tal que $B(0) = 0$.

() Se f , g e h são polinômios de grau m , n e q (m , n , q são naturais e $m > n > q$), então o grau de $(f + g) \cdot h$ é dado por $m + q$.

A seqüência correta é:

a) F - V - V c) V - F - V

b) V - V - F d) V - V - V

ALTERNATIVA D

i) Verdadeira

Igualando os coeficientes de mesmo grau encontramos $q = 2$ e $p = 1 \Rightarrow p^2 + q^2 = 5$

ii) Verdadeira

$$A(x) = B(x) \cdot C(x) + R(x) \Rightarrow$$

$$x^3 + x^2 + x + 1 = B(x)(1 + x) + 1 + x \Rightarrow$$

$$x^3 + x^2 = B(x)(1 + x) \Rightarrow B(x) = x^2 \Rightarrow B(0) = 0$$

iii) Verdadeira

Como $m > n > q$ então o grau de $(f + g)$ é m , fazendo com que o grau de $(f + g) \cdot h$ seja igual a $m + q$.

08 – Marque a alternativa correta.

a) Se a unidade real é raiz de multiplicidade k da equação $P(x) = 0$, então $P(x)$ é divisível por $(x - 1)^m$, com $0 \leq m \leq k$ é m inteiro.

b) A equação de coeficientes reais $a_0 = a_1x = a_2x^2 = a_3x^3 = a_4x^4 = 0$, pode ter duas raízes NÃO reais conjugadas se $a_0 = a_1 = a_3 = 0$, $a_2 > 0$ e $a_4 < 0$.

c) Se $P(x) = 0$ tem 1, 2 e 3 como raízes, e se $P(x)$ é um polinômio não nulo de grau m , então $m > 3$.

d) Considerando i a unidade imaginária, se a equação $x^2 + bx + c = 0$, $\{b, c\} \subset \mathbb{C}$, admite $\alpha + \beta i$

($\alpha \in \mathbb{R}$ e $\beta \in \mathbb{R}^*$) como raiz, necessariamente admitirá também a raiz $\alpha + \beta i$.

ALTERNATIVA A

a) Verdadeira

Se 1 é raiz de multiplicidade k de $P(x)$ então existe $Q(x)$ tal que $P(x) = (x - 1)^k Q(x)$.

b) Falsa

$$a_2x^2 + a_4x^4 = x^2(a_2 + a_4x^2) \Rightarrow \text{i) } x = 0$$

ii) $x \neq 0 \Rightarrow x^2 = -a_2/a_4 > 0 \Rightarrow$ as duas raízes são reais.

c) Falsa

Basta que $m \geq 3$.

d) Falsa

Como b e c são complexos então as raízes complexas não necessariamente são conjugadas.

09 – Seja $a > 1$ e e a base dos logaritmos neperianos, o valor real de m para o qual a

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

equação $x^3 - 9x^2 + (\log_e a^m + 8)x - \log_e a^m = 0$ tenha raízes em progressão aritmética, é dado por:

- a) $m = \log_e a - 8$ c) $m = \frac{15}{\log_e a}$
 b) $m = \log_e a - 9$ d) $m = -\frac{9}{8} \log_e a$

ALTERNATIVA C

Sejam $b - r$, b e $b + r$ as raízes da equação. Pelas relações de Girard:

- i) $b - r + b + b + r = 9 \Rightarrow 3b = 9 \Rightarrow b = 3$
 ii) $(3 - r)3 + (3 - r)(3 + r) + (3 + r)3 = \log_e a^m + 8$
 $\Rightarrow 9 - 3r + 9 - r^2 + 9 + 3r = m \cdot \log_e a + 8 \Rightarrow$
 $r^2 = 19 - m \cdot \log_e a$
 iii) $(3 - r)(3 + r)3 = \log_e a^m \Rightarrow$
 $3(9 - r^2) = m \cdot \log_e a \Rightarrow$
 $3(9 - 19 + m \cdot \log_e a) = m \cdot \log_e a \Rightarrow$
 $-30 + 3 \cdot m \cdot \log_e a = m \cdot \log_e a \Rightarrow$
 $2 \cdot m \cdot \log_e a = 30 \Rightarrow m = \frac{15}{\log_e a}$

10 – Marque V para verdadeiro F para falso e, a seguir, assinale a opção correspondente.

- () Sendo A um conjunto com x elementos e B um conjunto com y elementos, o número de funções $f: A \rightarrow B$ é xy .
 () Uma urna contém n bolas numeradas (de 1 a n). Se s bolas são retiradas sucessivamente e com reposição, o número de seqüências de resultados possíveis é n^s .
 () Com n algarismos distintos, entre eles e zero, pode-se escrever n^4 números distintos de 4 algarismos.
 a) F – V – V c) V – F – F
 b) V – F – V d) F – V – F

ALTERNATIVA D

- i) Falsa
 Como para cada elemento de A temos y opções em B, então o número de funções é y^x .
 ii) Verdadeira
 Como para cada uma das s bolas retirada temos n opções, o total é n^s .
 iii) Falsa
 Como para a escolha do 1º algarismo temos n – 1 possibilidades e para a escolha dos outros 3 temos n possibilidades o total é $(n - 1)n^3$.

11 – No desenvolvimento de $(x^r + x^{-r})^n$, ordenado pelas potências decrescentes de x, sendo $r > 0$ e n natural, o coeficiente de 5º termo que é independente de x é igual a:

- a) 252 c) 10
 b) 70 d) 8

ALTERNATIVA B

Determinação do termo geral:

$$T_{p+1} = C_n^p (x^r)^{n-p} (x^{-r})^p$$

$$T_{p+1} = C_n^p x^{rn-rp} \cdot x^{-rp} = C_n^p x^{rn-rp-rp} =$$

$$T_{p+1} = C_n^p x^{-2rp+rn}$$

Como o termo independente é o 5º $\Rightarrow p = 4$

Assim: $-2rp + rn = 0 \Rightarrow rn = 2rp \Rightarrow$
 $n = 2p \Rightarrow n = 2 \cdot 4 = 8$

Coeficiente: $C_8^4 = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!} = 70$

12 – Em um balcão de supermercado, foram esquecidas 2 sacolas. Uma continha 3 latas de atum, 2 latas de ervilha e 5 de sardinha; a outra, x latas de atum, 3 latas de ervilha e 3 de sardinha. Escolhe-se ao acaso uma sacola e retira-se uma lata. Qual é o menor valor de x para que a probabilidade de tratar-se de uma lata de atum seja, no mínimo, 50%?

- a) 13 c) 15
 b) 14 d) 16

ALTERNATIVA B

Sacola 1	Sacola 2
3A	xA
2E	3E
5S	3S

A – lata de atum

$$P(A)_1 = \frac{3}{10} \quad P(A)_2 = \frac{x}{x+6}$$

Como a sacola é escolhida ao acaso

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x+6} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{x+6} - \frac{7}{10} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{10x - 7x - 42}{10(x+6)} \geq 0 \Rightarrow \frac{3x - 42}{x+6} \geq 0$$

Como $x + 6 > 0$ para todo x então $3x - 42 \geq 0 \Rightarrow$
 $x \geq 14 \Rightarrow$ menor valor é 14

13 – Sejam m e n números reais com $m \neq n$ e as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Para que a matriz $mA + nB$ seja NÃO inversível é necessário que.

- a) m e n sejam positivos.
 b) m e n sejam negativos.
 c) $n + 7m = 0$
 d) $n^2 = 7m^2$

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

I) as retas $r: \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$ e $s: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t \end{cases}$ são

perpendiculares.

II) a equação $4x = y^2$ representa uma parábola com eixo de simetria horizontal.

III) $-\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ representa uma hipérbole.

É(são) correta(s) a(s) afirmativa(s).

- a) I, II e III. c) III somente.
b) I somente. d) II somente.

ALTERNATIVA D

I) $r: \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ $s: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t \end{cases}$

$$r: -3x + 2y = -6$$

$$t = \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3}$$

$$2y = 3x - 6$$

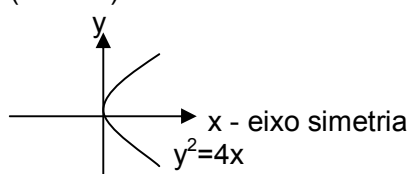
$$2y = 3x - 3$$

$$y = \frac{3x-6}{2}$$

$$y = \frac{3x-3}{2}$$

r e s são paralelas (FALSA)

II) $y^2 = 4x$
(VERDADEIRA)



III) $-\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ ∴ não existem reais x e y que satisfaçam a equação. (FALSA)

20 – A circunferência de equação $x^2 + y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$ e centro C é tangente ao eixo das abscissas no ponto A e é tangente ao eixo das ordenadas no ponto B. A área do triângulo ABC vale.

- a) 4 c) 12
b) 8 d) 16

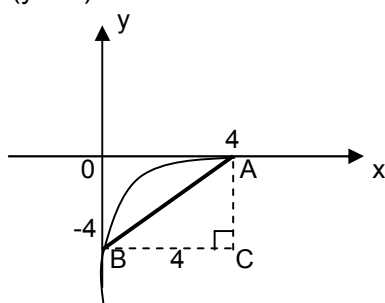
ALTERNATIVA B

$$x^2 + y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$$

$$C\left(\frac{-8}{-2}; \frac{8}{2}\right); C(4; -4); r = 4$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 - 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 4^2$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

21 – Sobre o triângulo PF_1F_2 onde $P(2, 2)$ e F_1 e F_2 são focos da elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$, é correto afirmar que.

- a) é isósceles.
b) é obtusângulo.
c) tem área igual a 16.
d) tem perímetro igual a $2\sqrt{2} + 8$.

ALTERNATIVA B

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}$$

Ou seja, elipse de centro em $(0, 0)$, eixo menor sobre o eixo x, eixo maior sobre o eixo y e focos em $F_1(0, 4)$ e $F_2(0, -4)$

$$S_{PF_1F_2} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & -4 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ u.a.}$$

$$PF_1\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}; PF_2\sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$$

$$F_1F_2 = 8 \Rightarrow$$

ΔPF_1F_2 É escaleno, de perímetro $2\sqrt{2} + 2\sqrt{10} + 8$

$$\text{Como } 8^2 = 64 \quad (2\sqrt{10})^2 = 40 \quad (2\sqrt{2})^2 = 8 \Rightarrow$$

$$F_1F_2^2 > PF_1^2 + PF_2^2 \Rightarrow \Delta PF_1F_2 \Rightarrow \text{é obtusângulo}$$

22 – Analise as proposições abaixo classificando-as em V (verdadeiro) ou F (falso), considerando funções reais.

() O domínio e a imagem da função g definida por $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ são, respectivamente, $[-3, 3]$ e $[0, +\infty[$

() Se $f(x) = x^2$ e $g(x) = f(x + m) - f(x)$ então $g(2)$ é igual a $m(4 + m)$

() Se $h(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$, então $h^{-1}(x) = h(x)$

A seqüência correta é.

- a) F – V – V c) V – F – V
b) F – V – F d) V – V – F

ALTERNATIVA B

$$9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \text{ logo: } D(g) = [-3, 3]$$

$$x^2 \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x^2 \leq 0 \Rightarrow$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

$$\Rightarrow 9 - x^2 \leq 9 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{9 - x^2} \leq 3 \Rightarrow \text{Im}(g) = [0,3],$$

pois $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ é contínua em $[-3, 3]$

PRIMEIRA PROPOSIÇÃO – FALSA

$$f(x) = x^2 \Rightarrow g(2) = f(2+m) - f(2) = (2+m)^2 - 2^2$$

$$g(x) = f(x+m) - f(x) \Rightarrow g(2) = 4m + m^2 = m(4+m)$$

SEGUNDA PROPOSIÇÃO – VERDADEIRA

$$h(x) = \left| \frac{1}{x} \right| \Rightarrow h(x) = \frac{1}{x} \vee h(x) = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{h(x)} \vee x = \frac{-1}{h(x)}$$

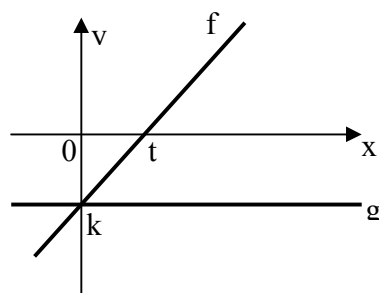
h não é injetora $\Rightarrow \nexists h^{-1}$

TERCEIRA PROPOSIÇÃO – FALSA

Seqüência correta: F – V – F

Comentário: Note-se que não faz sentido falar em $h^{-1}(x)$, sem explicar domínio e contradomínio de h

23 – Analise o gráfico abaixo das funções f e g e marque a opção correta.



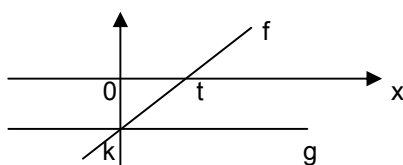
a) O gráfico da função $h(x) = g(x) - f(x)$ é uma reta ascendente.

b) O conjunto imagem da função $s(x) = f(g(x))$ é \mathbb{R} .

c) $f(x) \cdot g(x) \geq 0 \forall x \geq t$.

d) $g(f(x)) = g(x) \forall x \in \mathbb{R}$.

ALTERNATIVA D



$$\begin{cases} f(x) = -\frac{k}{t}x + k & (\text{pois } k < 0 \text{ e } t > 0) \\ g(x) = k \end{cases}$$

a) FALSA, pois $h(x) = g(x) - f(x) = k + \frac{k}{t}x - k = \frac{k}{t}x$,

cujo gráfico é descendente, pois $\frac{k}{t} < 0$

b) FALSA, pois $s(x) = f(g(x)) = \frac{-k}{t} \cdot k + k = k - \frac{k^2}{t}$,

que é constante, possuindo imagem $\left\{ k - \frac{k^2}{t} \right\}$

c) FALSA; $f(x) \cdot g(x) = k$

$$\left(k - \frac{kx}{t} \right) = k^2 \left(1 - \frac{x}{t} \right) \geq 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{t} \geq 0, \text{ pois }]$$

$$k^2 > 0 \Rightarrow \frac{x}{t} \leq 1 \Rightarrow x \leq t, \text{ pois } t > 0$$

d) VERDADEIRA; $g(f(x)) = k = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$

24 – Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{se } x \geq 1 \\ 1 - x, & \text{se } x < 1 \end{cases} \text{ e assinale a alternativa}$$

verdadeira.

a) f é sobrejetora.

b) f é par.

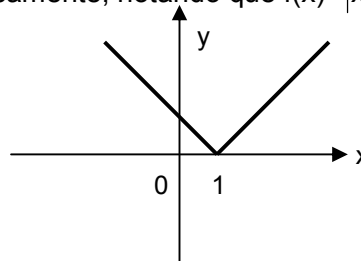
c) f não é par nem ímpar.

d) se f é definida de \mathbb{R} em \mathbb{R}_+ , f é bijetora.

ALTERNATIVA C

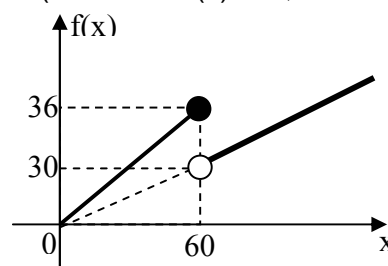
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{se } x \geq 1 \\ 1 - x, & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Gráficamente, notando que $f(x) = |x - 1|$:



logo, f não é par nem ímpar, nem sobrejetora, nem injetora.

25 – Na figura abaixo, tem-se o gráfico da função real f em que f(x) representa o preço, pago em reais, de x quilogramas de um determinado produto. (Considere $f(x) \in \mathbb{R}$)



CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

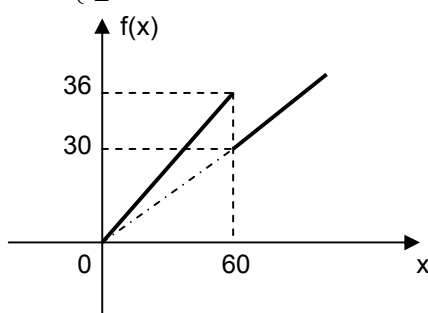
De acordo com o gráfico, é INCORRETO afirmar que.

- a) o preço pago por 30 quilogramas do produto foi R\$ 18,00.
- b) com R\$ 110,00, foi possível comprar 55 quilogramas do produto.
- c) com R\$ 36,00, foi possível comprar 72 quilogramas do produto.
- d) com R\$ 32,00, comprar-se tanto 53,333... quilogramas, quanto 64 quilogramas do produto.

NÃO HÁ ALTERNATIVA CORRETA

Pode-se notar que, $\forall x \in \mathbb{R}^+$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{3x}{5}, & \text{se } 0 \leq x \leq 60 \\ \frac{x}{2}, & \text{se } x > 60 \end{cases}$$



a) Por 30kg, paga-se $\frac{3}{5} \cdot 30 = 18$ reais

(VERDADEIRA)

b) Se $f(x) = 110$, então

$$\frac{3}{5}x = 110 \text{ ou } \frac{x}{2} = 110 \Rightarrow x = \frac{550}{5} \text{ (não convém,}$$

pois $\frac{550}{3} > 60$) ou $x = 220$ kg

Entretanto se com R\$ 110,00 **foi possível** comprar 220 kg, evidentemente também **foi possível** comprar 55 kg, e olha ainda sobraria um troquinho. Perceba que esta alternativa seria falsa somente se a expressão fosse do tipo "**com R\$ 110,00 foi possível comprar exatamente (ou apenas 55 kg)**" (VERDADEIRA)

c)

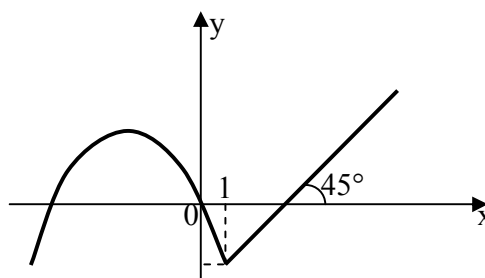
$$f(x)=36 \Rightarrow \frac{3x}{5} = 36 \text{ ou } \frac{x}{2} = 36 \Rightarrow x = 60 \text{ ou } x = 72$$

(VERDADEIRA)

$$d) f(x)=32 \Rightarrow \frac{3x}{5} = 32 \text{ ou } \frac{x}{2} = 32 \Rightarrow$$

$x = 53,333$ ou $x = 64$ (VERDADEIRA)

26 – Observe o gráfico da função f abaixo.



Sabendo que f é definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{se } x < 1 \\ px + k, & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \text{ analise as}$$

alternativas e marque a opção correta.

- a) $ac < 0$
- b) $pk \geq 0$
- c) $p = -1$
- d) $ab > 0$

ALTERNATIVA D

De ramo parabólico, conclui-se, somente, que $c = 0$, $a < 0$ e $b < 0$. Logo $ab > 0$.

Da semi-reta, tem-se $p > 0$ e $k < 0$. Note-se que só é possível garantir que $p = \text{tg } 45^\circ = 1$ quando y e x possuírem a mesma escala, o que não é informado.

27 – O conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) < 0\}$, onde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por $f(x) = ax^2 + 2a^2x + a^3$, com $a \in \mathbb{R}^*$, é.

- a) $]-\infty; -a[$
- b) $]-\infty; -a[\cup]-a; +\infty[$
- c) $]-\infty; a[\cup]a; +\infty[$
- d) $]-a; +\infty[$

ALTERNATIVA B

$f(x) = ax^2 + 2a^2x + a^3$ e $a(x^2 + 2xa + a^2) = a(x+a)^2 < 0 \Leftrightarrow (x+a)^2 > 0$ ($a, 0$); o que é verdade para qualquer $x \neq -a$, ou seja, para o conjunto $]-\infty; -a[\cup]-a; +\infty[$

28 – Analise os itens abaixo classificando-os em V (verdadeiro) ou F (falso).

() Em \mathbb{R} , o conjunto solução da inequação $8 \cdot (0,5)^x - 1 \leq 0$ é dado por $[4, +\infty[$

() A função real $y = e^{1-x}$ é crescente $\forall x \in \mathbb{R}$ (considere e a base dos logaritmos neperianos)

() Se $f(x) = 2^x$, então $f(a) \cdot f(b)$ é sempre igual a $f(a+b)$, onde a e b são reais quaisquer

A seqüência correta é

- a) F – F – V
- b) V – V – F
- c) F – V – V
- d) V – F – F

ALTERNATIVA A

$$i) 8 \cdot (0,5)^x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow 2^3 \cdot 2^{-x} \leq 1 \Leftrightarrow$$

CONCURSO DE ADMISSÃO AFA 2003 – RESOLUÇÃO DE MATEMÁTICA

$$2^{3-x} \leq 2^0 \Leftrightarrow 3-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 3 \quad \text{Item FALSO}$$

ii) $y = c^{1-x} = c \cdot c^{-x} = c \cdot \left(\frac{1}{c}\right)^x$. Como $0 < \frac{1}{c} < 1$, trata-

se de uma função do tipo exponencial decrescente- Item FALSO

iii) $f(x) = 2^x \Rightarrow f(a) \cdot f(b) = 2^a \cdot 2^b = 2^{a+b} = f(a+b)$.
Item VERDADEIRO

29 – O conjunto-solução da equação

$$\log_{x-2}(x+2)^2 = 2 \text{ é.}$$

a) \emptyset

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ e } x \neq 3\}$

ALTERNATIVA A

$$\log_{x-2}(x+2)^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2 > 0 \text{ (trivial)} \\ x-2 > 0 \\ x-2 \neq 1 \\ (x+2)^2 = (x-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \\ 4x = -4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \text{(absurdo)} \Rightarrow \mathbf{S = \emptyset}$$

30 – “Na semana passada, a Secretaria Municipal de Saúde do Rio de Janeiro anunciou que 5000 bombeiros participarão da campanha de combate á epidemia de dengue na cidade. É mais uma tentativa de deter o ritmo alucinante de crescimento da doença.”

Veja. 13 de março de 2002

Suponha uma cidade com 128.000 habitantes e que, em determinada ocasião, fosse constatado que 8000 habitantes estavam com dengue. Num estudo realizado, constatou-se que a taxa de aumento de pessoas contaminadas era de 50% ao mês. Com base nisso, pode-se afirmar que, caso não tomasse nenhuma providência,

Dados: $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$

a) toda população seria contaminada em dois meses.

b) em três meses, apenas 18.000 pessoas seriam contaminadas.

c) 40.500 pessoas seriam contaminadas em quatro meses.

d) dez mil pessoas seriam contaminadas exatamente na metade de um mês.

ALTERNATIVA C

$I(t)$ – nº de pessoas infectadas após t meses.

$$I(0) = 8000 \text{ e } I(t) = I(0) \cdot q^t.$$

$$\text{Como } q = 1 + 0,5: I(t) = 8000 \cdot (1,5)^t$$

a) $I(t) = 128.000 \Leftrightarrow (1,5)^t = 16$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\log 16}{\log 1,5} = t = \frac{\log 2^4}{\log 3 + \log 5 - \log 10} = \frac{4 \cdot \log 2}{\log 3 + \log 5 - \log 10} = \frac{4 \cdot 0,3}{0,48 - 0,3}$$

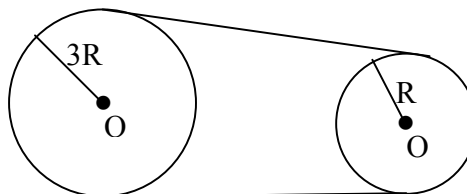
$$t = 6,67 \text{ meses – Alternativa FALSA}$$

b) $t = 3 \Rightarrow I(3) = 8.000 \cdot 1,5^3 = 27.000$ - Alternativa FALSA

c) $t = 4 \Rightarrow I(4) = 8.000 \cdot 1,5^4 = 40.500$ - Alternativa VERDADEIRA

d) $t = \frac{1}{2} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}\right) = 8.000 \cdot 1,5^{\frac{1}{2}} = 9797,96$ - Alternativa FALSA

31 – As duas polias da figura giram simultaneamente em torno de seus respectivos centros O e O' , por estarem ligados por uma correia inextensível.



Quantos graus deve girar a menor polia para que a maior dê uma volta completa?

a) 1080°

c) 720°

b) 120°

d) 2160°

ALTERNATIVA A

A correia faz com que pontos na periferia das duas polias percorram o mesmo espaço. Como o comprimento da circunferência da polia de raio $3R$ é 3 vezes maior que a circunferência de raio R , então para que a polia maior dê uma volta é necessário que a menor dê 3 voltas, ou seja, $3 \cdot 360^\circ = 1080^\circ$.

32 – Simplificando a expressão

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(4\pi - x) + \text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$, obtém-se uma nova expressão E . O conjunto domínio, o

