Matemática

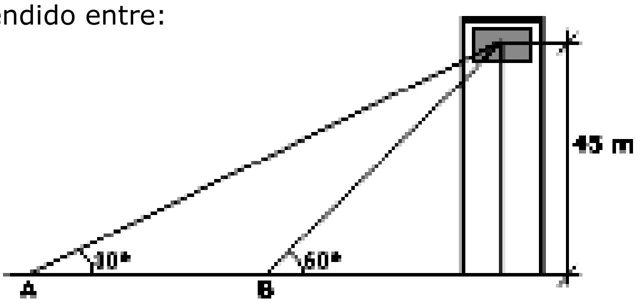
com professor Iketani

Nesta sexta lista disponibilizamos a prova do vestibular 2008 da UEPA – 3ª fase

LISTA N° 06 (UEPA/2008 – 3ª FASE)

QUESTÃO 45

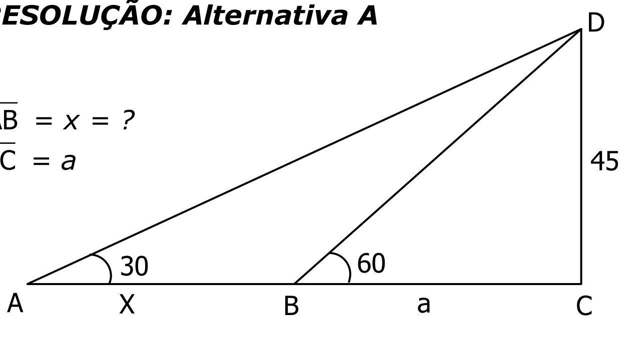
Em benefício do bem comum, prefeituras municipais enfrentam interesses privados e começam a combater a poluição visual, proibindo cartazes de propaganda nas ruas e prédios que vão de encontro à ordem, à estética e limpeza, além de perigo causado aos motoristas que trafegam essas ruas, ao desviar a atenção dos mesmos. Dois motoristas, dirigindo na mesma direção e sentido, avistam, num prédio localizado a frente, um outdoor. O motorista localizado no ponto **A** avista o outdoor sob um ângulo de **30°,** e o motorista localizado no ponto **B** avista-o sob um ângulo de **60º**, conforme figura abaixo. A distância $\overline{AB}$, em metros, é um número compreendido entre:



a) 50 e 60. c) 20 e 30. e) 30 e 40.
b) 40 e 50. d) 10 e 20.

RESOLUÇÃO: Alternativa A

$\overline{AB} = x = ?$
$\overline{BC} = a$



Do triângulo ACD tira-se que:

$$tg30° = \frac{45}{x+a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x + a = \frac{3 \times 45}{\sqrt{3}}$$

$x + a = 45\sqrt{3}$ *(1)*

Do triângulo BCD tira-se que:

$$tg60° = \frac{45}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{45}{\sqrt{3}}$$

$a = 15\sqrt{3}$ *(2)*

Substituindo-se (2) em (1), vem:

$x + 15\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$ *e* $x = 30\sqrt{3}$

ou $x = 30.1,73$ *e* $x \cong 51,9m$

Logo: $\overline{AB} = x \cong 51,9$ *e* $50 < \overline{AB} < 60$

QUESTÃO 46

Nos anos de inflação e juros altos, a vida dos bancos era mais fácil. Após a normalização econômica, iniciada em 1994, a tranqüilidade foi se exaurindo. Para compensar, os bancos resolveram emprestar mais às pessoas e empresas e também aumentar os custos de seus serviços. No cartão de crédito, que facilita tudo para o cliente na aquisição de bens, é cobrado, em alguns bancos, **8% ao mês** de juros sobre juros. Um cliente de um banco que cobra **8% ao mês**, em dificuldades financeiras, só conseguirá pagar a fatura de seu cartão de crédito daqui a **4 meses**. Nessas condições, o débito desse cliente será corrigido segundo uma progressão:

a) aritmética de razão 0,08
b) aritmética de razão 0,80
c) geométrica de razão 0,80
d) geométrica de razão 1,08
e) aritmética de razão 1,08

RESOLUÇÃO: Alternativa D

Se a dívida do cartão, ao final do 1° mês, for D_1*, então nos finais dos três próximos meses serão:*

$D_2 = D_1 \times 1,08$
$D_3 = D_2 \times 1,08$
$D_4 = D_3 \times 1,08$

Como $\frac{D_4}{D_3} = \frac{D_3}{D_2} = \frac{D_2}{D_1} = 1,08 = q$,

a correção obedece uma progressão geométrica de razão $q = 1,08$.

QUESTÃO 47

O Iterpa, dando continuidade ao programa de reforma agrária do Governo Federal, assentou certo número de famílias em terras na região Amazônica. Para minimizar os problemas de falta d'água, foram construídas duas caixas d'água **I** e **II,** de um mesmo material, com tampas e formato de paralelepípedo retângulo. A caixa **I,** de base quadrada, de lado **4m** e altura **3m**, e a caixa **II,** de base retangular de dimensões **3m** e **4m** e altura **4m**. Nessas condições, afirma-se que:

a) o volume da caixa II é maior que o volume da caixa I.
b) na construção da caixa II, se gastará mais material que na da caixa I.
c) na construção da caixa I se gastará mais material que na caixa II.
d) as quantidades de material gasto na construção das caixas I e II são iguais.
e) o volume da caixa I é maior que o volume da caixa II.

RESOLUÇÃO: Alternativa D

CAIXA I

Base: Quadrado de lado 4m

Altura: $h_1 = 3m$

Logo: $SB_1 = 4 \times 4 = 16m^2$

$V_1 = SB_1 \times h_1 = 16 \times 3 = 48m^3$

Área Total: $S_{T1} = 2(4 \times 4 + 4 \times 3 + 4 \times 3)$

$S_{T1} = 2(40) = 80m^2$

CAIXA II

Base: Retângulo de lados 3m e 4m

Altura: $h_2 = 4m$

Logo: $SB_1 = 4 \times 3 = 12m^2$

$V_2 = SB_2 \times h_2 = 12 \times 4 = 48m^3$

Área Total: $S_{T2} = 2(4 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 4)$

$S_{T2} = 2(40) = 80m^2$

Portanto:

1º) $V_1 = V_2 = 48m^3$

2º) $S_{T1} = S_{T2} = 80m^2$

Para construir cada uma das caixas gasta-se igualmente $80m^2$ de materiais.

QUESTÃO 48

Segundo a Revista VEJA de 03.10.07, o mundo dá sinais de que a paciência com o Irã está chegando ao fim. Rudolph Giuliani, candidato à presidência dos EUA, defende um ataque preventivo para evitar que o país se torne uma potência nuclear, pois o presidente do Irã declarou ser seu projeto riscar Israel do mapa. O material bélico do Irã é uma preocupação mundial. Seus mísseis têm um alcance considerável e um raio de ação de grande destruição. Um míssil foi lançado sobre uma região e devastou uma área de formato circular. O raio de ação desse míssil foi registrado por meio da equação $\mathbf{x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0}$. Esse raio, em km, mede:

a) 6 b) 5 c) 4 d) 3 e) 2

RESOLUÇÃO: Alternativa D

A equação $1.x^2 + 1.y^2 + Dx + Ey + F = 0$ representa uma circunferência de centro $C = (x_0; y_0)$ e raio $R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - F}$ onde $x_0 = \frac{-D}{2}$ e $y_0 = \frac{-E}{2}$

Logo: Da equação $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ tem-se que $D = -2$, $E = -4$ e $F = -4$ e, portanto:

$x_0 = \frac{-(-2)}{2} = 1$; $y_0 = \frac{-(-4)}{2} = 2$

Daí: $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - (-4)} = \sqrt{9}$ e $\boxed{R = 3}$

QUESTÃO 49

Uma campanha foi deflagrada para angariar alimentos não perecíveis com o objetivo de amenizar problemas gerados em uma região assolada pelas secas. Os alimentos doados foram: arroz; feijão e açúcar, todos em sacos de **1kg**, totalizando **1.436kg** desses alimentos. Sabe-se que a terça parte do número de sacos de feijão, somados aos $\frac{2}{11}$ do número de sacos de açúcar, dá um total de **292kg** e que há **144kg** de açúcar a mais que de feijão. Se **X** é a quantidade de sacos de arroz; **Y** a quantidade de sacos de feijão e **Z** a quantidade de sacos de açúcar, a representação matricial do sistema formado, tomando por base esses dados, é:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1436 \\ 9636 \\ 144 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1436 \\ 1606 \\ 144 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9636 \\ 1436 \\ 144 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9636 \\ 1436 \\ 144 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9636 \\ 1436 \\ 144 \end{bmatrix}$

RESOLUÇÃO: Alternativa A

Sndo

x = nº de sacos de arroz com 1kg.

y = nº de sacos de feijão com 1kg.

z = nº de sacos de açúcar com 1kg.

Com as informações do enunciado formam-se três equações:

$$\begin{cases} x + y + z = 1436 \\ \frac{y}{3} + \frac{2}{11}z = 292 \\ z = y + 144 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1436 \\ 11y + 6z = 9636 \\ -y + z = 144 \end{cases} \Rightarrow$$

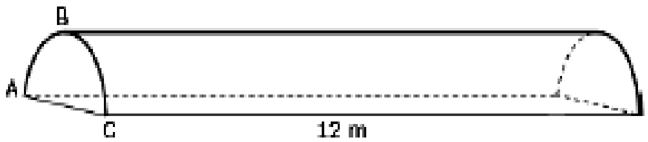
$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1436 \\ 0x + 11y + 6z = 9636 \\ 0x - y + z = 144 \end{cases}$$

Na forma matricial esse sistema toma a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 11 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1436 \\ 9636 \\ 144 \end{bmatrix}$$

QUESTÃO 50

As invasões que ocorrem à beira das estradas constituem um grande problema para a sociedade. Isso fica evidente quando ocorrem sinistros no trânsito próximos à área invadida. As famílias invasoras, em sinal de protesto, geralmente, fecham a rodovia e instalam lombadas à revelia das autoridades, causando transtornos aos usuários dessas rodovias. Um exemplo evidente é o número de lombadas existentes numa rodovia que liga Belém a um dos municípios da zona do salgado. Para diminuir a velocidade dos veículos em determinada localidade, os moradores instalaram uma lombada no formato de um semi-cilindro circular reto, de **12m** de altura, conforme figura abaixo. Se o arco **ABC** mede $\frac{\pi}{2}$m, o volume de concreto gasto para confeccionar essa lombada foi de:



a) $3\pi m^3$

b) $\frac{3\pi}{2} m^3$

c) $\frac{3\pi}{4} m^3$

d) $\frac{9\pi}{4} m^3$

e) $6\pi m^3$

RESOLUÇÃO: Alternativa B

Como o arco ABC = $\frac{\pi}{2}$*m corresponde a meia circunferência, então* $\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi R}{2}$ *e, portanto,* $R = \frac{1}{2}$*m.*

Note, pela figura, que o volume de concreto gasto para fabricar a lombada corresponde ao volume de meio cilindro de raio da base $R = \frac{1}{2}$ *e altura h = 12m.*

Logo:

$$V_{LOMB} = \frac{V_C}{2} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{2} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 12}{2}$$

$$V_{LOMB} = \frac{3\pi}{2} m^3$$