



# Matemática

com professor Iketani

Nesta quinta lista disponibilizamos a prova do vestibular 2008 da UEPA – 2ª fase

## LISTA Nº 05 (UEPA/2008 – 2ª FASE)

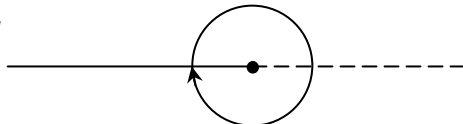
### **QUESTÃO 37**

Em protesto ao Plano de Reforma Agrária, não realizada pelo governo Federal, um grupo de trabalhadores pertencentes ao MST, partiu em direção a uma fazenda, situada numa região próxima, na intenção de invadi-la. Após percorrerem certa distância pararam em um cruzamento porque alguns dos trabalhadores se manifestaram em dúvida quanto ao caminho a ser seguido. Após longa discussão, cinco afirmações foram feitas, sendo que apenas uma delas é a correta, pois, o caminho a ser seguido tinha a mesma direção e sentido do anterior. A afirmação correta foi:

- a) Girando  $\frac{7\pi}{2}$ rd, seguiremos na mesma direção e sentido contrário.
- b) Girando  $5\pi$ rd, seguiremos na mesma direção e sentido.
- c) Girando  $\frac{5\pi}{2}$ rd, seguiremos na mesma direção e sentido contrário.
- d) Girando  $8\pi$ rd, seguiremos na mesma direção e sentido.
- e) Girando  $\frac{3\pi}{4}$ rd, seguiremos na mesma direção e sentido.

#### **RESOLUÇÃO: Alternativa D**

Como os andarilhos pararam e teriam que seguir na mesma direção e sentido, após dar um giro, então esse giro tem que ser côngruo a  $2\pi d$ .



Portanto, a resposta correta é a opção D, pois  $8\pi = 4 \times 2\pi$

### **QUESTÃO 38**

Visando obter mais informações sobre a denúncia de que uma tribo da região Amazônica estava sendo dizimada, um repórter recorreu a seu computador para acessar a Internet, entretanto não lembrou a senha de acesso, que era composta por **três** algarismos. Lembrava apenas que a senha era composta por três dos cinco

algarismos: **1, 3, 5, 6 e 9**. Para encontrar a senha, o repórter escreveu num papel todos os possíveis agrupamentos com esses algarismos. O número de agrupamentos escritos por esse repórter, na tentativa de encontrar a senha de acesso à Internet, é:

- a) 56    b) 60    c) 84    d) 108    e) 120

#### **RESOLUÇÃO: Alternativa B**

Veja que, por exemplo, 135 e 315 são senhas diferentes.

Logo os agrupamentos que definem as possíveis senhas são "seqüências ordenadas" e, portanto, constituem arranjos simples.

Assim, o total de agrupamentos que se pode formar contendo três dos cinco algarismos: 1, 3, 5, 6 e 9 é dado por  $A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ .

### **QUESTÃO 39**

Um grupo de biólogos interessado em avaliar determinada espécie de animal que se encontra em extinção numa região, capturou uma amostra de **84** animais, identificando-os com coleiras para futuras avaliações. Depois de algum tempo, voltaram à região e capturaram nova amostra com **48** animais, sendo que **8** deles portavam coleiras de identificação. Com base nestes dados, estimasse que o número de animais constantes nessa região é de:

- a) 720    b) 640    c) 504    d) 420    e) 360

#### **RESOLUÇÃO: Alternativa C**

Nº de animais existentes na região = X.

Na 1ª captura  $\Rightarrow$  84 animais identificados dentre X.

Na 2ª captura  $\Rightarrow$  8 animais identificados dentre 48.

Portanto, por proporção, tem-se que:

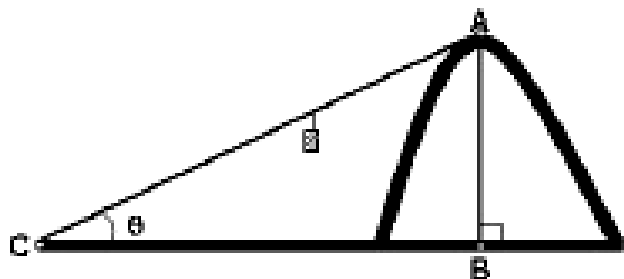
$$\frac{84}{X} = \frac{8}{48} \Rightarrow 8 \times X = 84 \times 48$$

$$8 \cdot X = 4032 \Rightarrow X = \frac{4.032}{8} \Rightarrow X = 504$$

### **QUESTÃO 40**

O morro do alemão é uma das regiões mais violentas do Rio de Janeiro. Como medida de socialização dessa favela, a Prefeitura da cida-

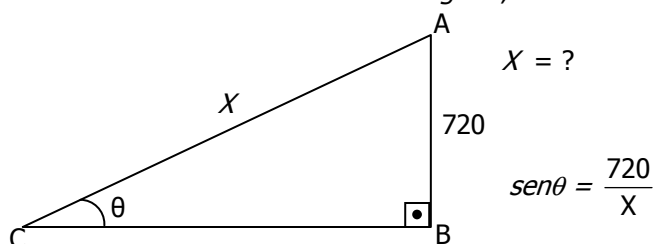
de, por meio da Secretaria de Turismo, pretende instalar um Teleférico, ligando um ponto da cidade ao alto desse morro. Considerando a figura representativa abaixo; que  $\cos(2\theta) = 7/25$  e que  $\overline{AB} = 720\text{m}$ , o valor de  $\overline{AC}$  é:



- a) 1.200m    c) 1.440m    e) 1.600m  
b) 1.350m    d) 1.500m

**RESOLUÇÃO: Alternativa A**

Fazendo  $AC = X$  e utilizando a figura, teremos:



Como  $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$  e  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ , então

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{7}{25} \quad (1)$$

Substituindo em (1)  $\sin^2 \theta$  por  $1 - \cos^2 \theta$ , vem

$$\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = \frac{7}{25} \text{ ou}$$

$$2\cos^2 \theta = \frac{7}{25} + 1 = \frac{32}{25}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow \cos \theta = \frac{4}{5}$$

Como  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ , então  $\sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \text{ e } \sin \theta = \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ ou}$$

$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

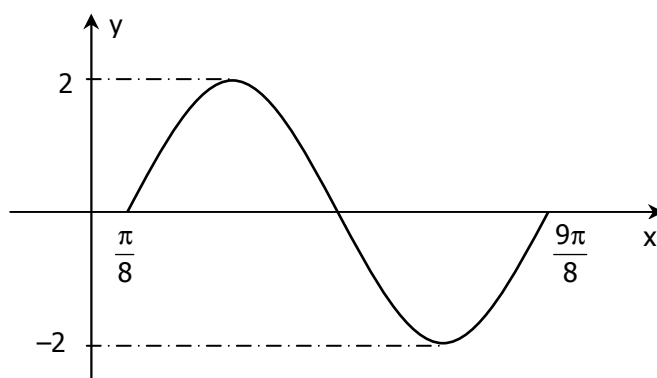
$$\text{Mas, } \sin \theta = \frac{720}{X} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{720}{X} \text{ e } X = \frac{5 \times 720}{3}$$

Logo:  $X = 1200$  e o comprimento AC mede 1200m.

**QUESTÃO 41**

Segundo reportagem da Revista VEJA de 26.07.06, uma onda gigante atingiu a Ilha de Java, na Indonésia. Autoridades locais contaram mais de 500 mortos e 38.000 desabrigados. A reportagem mostra como se originam e quais as causas de formação desses fenômenos da natureza. O formato dessas ondas gigantes pode ser registrado e representado matematicamente,

por meio de funções, conforme gráfico abaixo. A função  $f$  que melhor representa esse gráfico para  $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{9\pi}{8}$ , é:



a)  $f(x) = 2 \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$

b)  $f(x) = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$

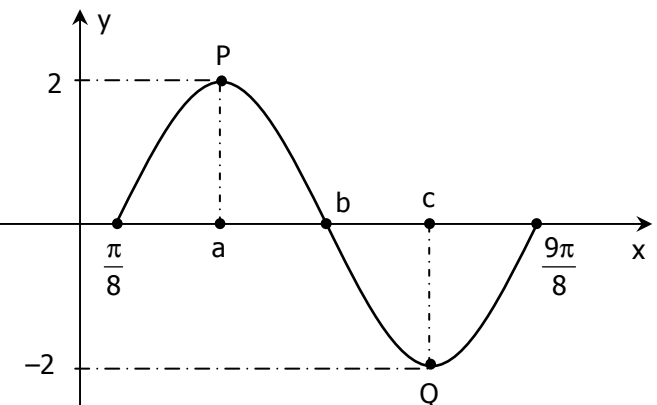
c)  $f(x) = 2 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

d)  $f(x) = 2 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

e)  $f(x) = 2 \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$

**RESOLUÇÃO: Alternativa C**

Vamos determinar as abscissas  $a$ ,  $b$  e  $c$  no gráfico abaixo



$$b = \frac{\frac{\pi}{8} + \frac{9\pi}{8}}{2} \Rightarrow b = \frac{10\pi}{8} \Rightarrow b = \frac{5\pi}{8}$$

$$a = \frac{\frac{\pi}{8} + b}{2} \Rightarrow a = \frac{\frac{\pi}{8} + \frac{5\pi}{8}}{2} \Rightarrow a = \frac{3\pi}{8}$$

$$c = \frac{b + \frac{9\pi}{8}}{2} \Rightarrow c = \frac{\frac{5\pi}{8} + \frac{9\pi}{8}}{2} \Rightarrow c = \frac{7\pi}{8}$$

Logo a função  $f(x)$  do gráfico satisfaz as seguintes condições:

$$1^\circ) f\left(\frac{\pi}{8}\right) = f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = f\left(\frac{9\pi}{8}\right) = 0, \text{ pois } \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8} \text{ e}$$

$\frac{9\pi}{8}$  são seus três zeros no intervalo

$$\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{9\pi}{8}$$

$$2^\circ) f(a) = f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 2 \quad [\text{veja o ponto } P(a,2)]$$

$$3^\circ) f(c) = f\left(\frac{7\pi}{8}\right) = -2 \quad [\text{veja o ponto } Q(c,-2)]$$

4º)  $f(x)$  pode ser periódica de período

$$p = \frac{9\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \pi$$

5º)  $f(x)$  tem como conjunto imagem  $I = [-2,2]$

Considerando que o gráfico é parte de uma senoide, então a função da alternativa C

$f(x) = 2 \cdot \text{sen}(2x - \pi/4)$  é a resposta, pois é a única das cinco que satisfaz as condições acima.

### QUESTÃO 42

No programa de assentamento de famílias promovido pelo Governo Federal, a distribuição de terras ocorreu por meio de sorteios. Para tanto, utilizaram três urnas: a primeira com as bolinhas de números **2, 4, 5 e 7**; a segunda com as bolinhas de números **0 e 2** e a terceira com as bolinhas de números **1, 2 e 8**. O sorteio ocorreu retirando-se ordenadamente uma bolinha de cada urna, formando um número de três algarismos que correspondeu a uma das senhas distribuídas entre as famílias. Após cada sorteio, as bolinhas foram devolvidas às respectivas urnas e o processo repetido até a total distribuição das terras. Desta forma, é correto afirmar que a probabilidade de o número sorteado ser:

- a) 528 ou 222 é a mesma.      d) 222 é  $\frac{1}{6}$ .
- b) 222 é  $\frac{1}{12}$ .                              e) 528 é  $\frac{1}{12}$ .
- c) 528 é  $\frac{1}{6}$ .

#### RESOLUÇÃO: Alternativa A

Urna A → ② ④ ⑤ ⑦

Urna B → ① ②

Urna C → ① ② ⑧

O total de senhas possíveis de serem formados, usando um nº de cada urna, é:

$$\text{Total} = 4 \times 2 \times 3 = 24 \text{ senhas.}$$

Só existe uma maneira de formar qualquer senha possível nas condições exigidas.

Isso ocorre, quando escolhemos 1 bola da urna A, uma bola da urna B e 1 bola da urna C.

$$\text{Isto é: } 1 \times 1 \times 1 = 1$$

Por exemplo:

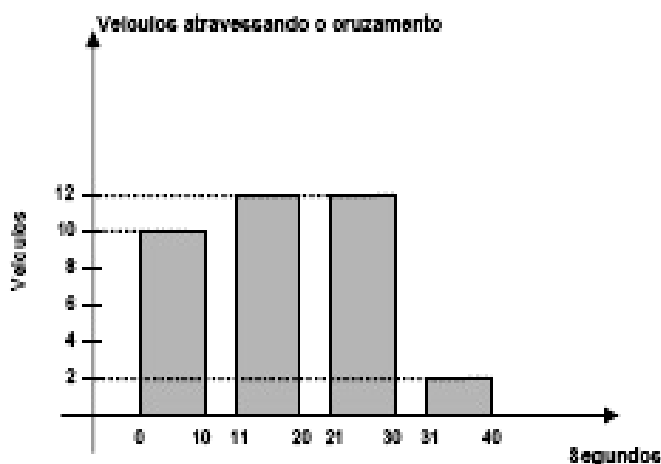
Para formar a senha 528 basta retirar a bola 5 da urna A, a bola 2 da urna B e a bola 8 da urna C, pois qualquer retirada que não seja esta implicará numa senha diferente de 528.

Portanto, a probabilidade de o número 528, ou qualquer outro, ser sorteado é de 1 em 24.

$$\text{Isto é: } P(528) = P(227) = P(xyz) = \frac{1}{24}.$$

### QUESTÃO 43

No mês de setembro passado, aconteceu em todo Brasil a Semana do Trânsito. Levantamentos diversos foram apresentados à sociedade. Os números do trânsito são alarmantes. De 1980 a 2000 foram registradas mais de 600.000 mortes no trânsito, devido a ruas mal conservadas, sinalizações deficientes e motoristas embriagados. Preocupado com os constantes problemas, um técnico do Detran, fez uma verificação em um semáforo de um cruzamento de vias. Após contar várias vezes a quantidade de veículos que atravessaram o cruzamento com o sinal aberto, registrou esses dados no gráfico abaixo:



Com base no gráfico, é correto afirmar que:

- a) nos 30 primeiros segundos, 34 carros atravessaram o sinal.
- b) nos 30 primeiros segundos, 24 carros atravessaram o sinal.
- c) nos 20 primeiros segundos, 12 carros atravessaram o sinal.
- d) nos 10 primeiros segundos, 12 carros atravessaram o sinal.
- e) até o sinal fechar, 34 carros haviam atravessado o sinal.

#### RESOLUÇÃO: Alternativa A

Usando  $t$  para representar os segundos, temos:

$$0 \leq t \leq 10 \rightarrow 10 \text{ veículos}$$

$$11 \leq t \leq 20 \rightarrow 12 \text{ veículos}$$

$$21 \leq t \leq 30 \rightarrow 10 \text{ veículos}$$

$$\text{Total} = 34 \text{ veículos}$$

Portanto, nos 30 primeiros segundos, 34 veículos, atravessam o sinal.

### QUESTÃO 44

A magnitude  $M$  de um terremoto é medida pela escala Richter, criada pelo sismólogo americano Charles Francis Richter, em 1935. Nessa escala, a magnitude do terremoto pode ser determinada por meio da expressão,  $M = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$  em que

$E$  é a energia liberada no terremoto em kWh e  $E_0 = 7,0 \times 10^{-3}$  kWh. Se a energia produzida por

um terremoto de magnitude 6 pudesse ser armazenada, o número de anos que essa energia poderia abastecer uma residência que tenha consumo anual de 3500 kWh é:

- a) 2500                      c) 1500                      e) 500  
b) 2000                      d) 1000

**RESOLUÇÃO: Alternativa B**

$$M = \frac{2}{3} \log \left( \frac{E}{E_0} \right)$$

$$M = 6, E_0 = 7,0 \times 10^{-3} \text{ kwh}$$

$$6 = \frac{2}{3} \log \left[ \frac{E}{7,0 \times 10^{-3}} \right]$$

$$\frac{18}{2} = \log \left[ \frac{E}{7} \times 10^3 \right]$$

$$9 = \log \left[ \frac{E}{7} \right] + \log 10^3$$

$$9 = \log \left[ \frac{E}{7} \right] + 3$$

$$\log \left[ \frac{E}{7} \right] = 6$$

$$\frac{E}{7} = 10^6$$

$$E = 7 \times 10^6$$

$$1 \text{ ano} \text{ ----- } 3500 \text{ kwh}$$

$$x \text{ anos} \text{ ----- } 7 \times 10^6 \text{ kwh}$$

$$x = \frac{7 \times 10^6}{3.500}$$

$$x = 2000 \text{ anos.}$$