



# Matemática

com professor Iketani

Nesta 10ª lista à questões com assuntos básicos envolvendo aritmética e álgebra e que são de vital importância a quem precisa lidar com os eixos temáticos abordados no ensino médio.

## LISTA Nº 10

### **QUESTÃO 81**

Uma loja anuncia um desconto sobre o valor total,  $X$ , das compras de cada cliente, de acordo com o seguinte esquema:

- Desconto de 10% para  $x$  maior ou igual a 100 ou menor que 200
- Desconto de 15% para  $x$  maior ou igual a 200.

Um cliente compra um par de sapatos por R\$ 180,00 e um par de meias por R\$ 20,00. O vendedor muito gentilmente se oferece para reduzir o preço das meias para R\$ 15,00 e o cliente aceita a oferta.

No caixa são aplicadas as regras do desconto promocional. Nessas condições verifique se o cliente lucrou ou perdeu e qual seu lucro ou prejuízo?

### **RESOLUÇÃO:**

Se o cliente recusasse a oferta do vendedor, o valor de suas compras seria  $180 + 20 = 200$  e, no caixa, teria um desconto de  $200 \cdot 0,15 = 30$ .

Como aceitou a oferta do vendedor, teve um desconto, por parte deste, de 5,00 e, no caixa, teve o desconto de  $(180 + 15) \cdot 0,1 = 19,50$ , isto é, obteve um desconto total de  $19,50 + 5 = 24,50$ .

Como  $30 - 24,50 = 5,50$ , concluímos que teve um prejuízo de 5,50 reais.

### **QUESTÃO 82**

Uma indústria produz um total de  $X$  unidades de um produto por semana. O lucro obtido em cada unidade é de 20 reais se  $X \leq 800$ . Esse lucro de 20 reais por unidade decresce de uma quantidade igual a  $0,02 \cdot (X - 800)$  reais sempre que  $X > 800$ . Para que a indústria obtenha o maior lucro possível,  $X$  deve ser igual a:

### **RESOLUÇÃO:**

Para  $x \leq 800$ , o maior lucro possível é

$$800 \cdot 20 = 16.000$$

Para  $x > 800$ , cada unidade fornece um lucro de:  $20 - 0,02(x - 800) = 36 - 0,02x$ .

Para  $x$  unidades, o lucro será

$x(36 - 0,02x) = -0,02x^2 + 36x$ , função quadrática de  $x$ , que tem um máximo pra

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-36}{2 \cdot (-0,02)} = \frac{36}{0,04} = 900$$

Neste caso, o lucro será

$$-0,02 \cdot 900^2 + 36 \cdot 900 = 16.200$$

Logo, o maior lucro será possível se  $x = 900$ .

### **QUESTÃO 83**

O IBGE contratou um certo número de entrevistadores para realizar o recenseamento em uma cidade. Se cada um deles recenseasse 100 residências, 60 não seriam visitadas. Como, no entanto, todas as residências foram visitadas e cada recenseador visitou 102, quantas residências tem na cidade?

### **RESOLUÇÃO:**

Seja  $x$  o número de residências. Então o número de recenseadores é:

$$\frac{x}{102} \text{ ou } \frac{x - 60}{100}$$

$$\text{Assim, } \frac{x}{102} = \frac{x - 60}{100}$$

$$100x = 102x - 102 \cdot 60$$

$$2x = 6120 \Leftrightarrow x = 3060.$$

Logo: o número de residências da cidade é 3060.

### **QUESTÃO 84**

Um vendedor propõe a um comprador de um determinado produto as seguintes alternativas de pagamento:

- Pagamento a vista com 65% de desconto sobre o preço da tabela.
- Pagamento em 30 dias com desconto de 55% sobre o preço da tabela. Qual das duas alternativas é mais vantajosa para o comprador, considerando-se que ele consegue, com uma aplicação de 30 dias, um rendimento de 25%?

### **RESOLUÇÃO:**

Representemos por  $x$  o preço de tabela do produto.

Se pago à vista, o comprador irá gastar:  $x - 65\%$  de  $x = x - 0,65x = 0,35x$ , ou seja, 35% de  $x$ .

Pagando somente após 30 dias, poderá aplicar o dinheiro que iria gastar, obtendo  $1,25 \cdot 0,35x = 0,4375x$ , ou seja, 43,75% de  $x$ .

Mas, para pagar o produto, terá que desembolsar  $x - 55\%$  de  $x = x - 0,55x = 0,45x$ , ou seja, 45% de  $x$ .

Logo, irá gastar mais do que vai obter com a aplicação. Portanto, é mais vantajoso o pagamento à vista.

### QUESTÃO 85

Um relógio foi acertado exatamente ao meio-dia. Determine o horário que estará marcando esse relógio após o ponteiro menor ter percorrido um ângulo de  $42^\circ$ .

#### RESOLUÇÃO:

O ponteiro das horas (o menor) avança  $0,5^\circ$  por minuto. Se  $x$  é o tempo que levou para avançar  $42^\circ$ , então  $x \cdot 0,5^\circ = 42^\circ$  ou  $x = 84 \text{ min} = (60 + 24) \text{ min}$ .

Logo, o relógio está marcando  $12\text{h} + 1\text{h} 24 \text{ min}$  ou  $13\text{h}$  e  $24 \text{ min}$ .

### QUESTÃO 86

A razão entre o número de homens e o de mulheres com curso universitário completo numa certa cidade é  $\frac{3}{2}$ . Se 24% da população dessa

cidade têm curso universitário completo, determinar a porcentagem de mulheres nessa cidade que têm o nível de escolaridade considerado.

#### RESOLUÇÃO:

Se  $\frac{\text{homens universitários}}{\text{mulheres universitárias}} = \frac{3}{2}$ , então de cada 5 pessoas com curso universitário, 2 são mulheres. Se 24% da população têm curso universitário completo, então a porcentagem de mulheres nesta condição é:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 24\% = \frac{2}{5} \cdot 24\% = 9,6\%$$

### QUESTÃO 87

O combustível usado em automóveis numa certa cidade é composto de  $\frac{4}{5}$  de gasolina e  $\frac{1}{5}$  de

álcool. Se o preço do litro de álcool é  $\frac{3}{4}$  do preço do litro de gasolina e este custa  $a$  reais, determinar o preço do litro do combustível em função de  $a$ .

#### RESOLUÇÃO:

Um litro de álcool custa  $\frac{3}{4}a$

Como o litro do combustível tem  $\frac{1}{5}$  de litro de

álcool e  $\frac{4}{5}$  de litro de gasolina, seu preço em

reais é:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot a + \frac{4}{5} \cdot a = \frac{19}{20}a$$

### QUESTÃO 88

A diferença entre o preço de venda anunciado de uma mercadoria e o preço de custo é igual a R\$ 2.000,00. Se essa mercadoria for vendida com um desconto de 10% sobre o preço anunciado, dará ainda um lucro de 20% ao comerciante. Determinar seu preço de custo.

#### RESOLUÇÃO: Alternativa

Seja: preço de venda =  $v$

preço de custo =  $c$

Teremos:

$$\begin{cases} v - c = 2000 \text{ (I)} \\ 0,9v = 1,2c \text{ (II)} \end{cases} \Rightarrow v = 2000 + c \text{ (III)}$$

$$0,9v = 1,2c \text{ (II)}$$

Substituindo (III) em (II), vem:

$$0,9(2000 + c) = 1,2c \text{ ou } 0,3c = 1800 \text{ e}$$

$$c = \text{R\$ } 6.000,00$$

### QUESTÃO 89

Suponha que a relação entre o preço unitário  $P$  em reais e a quantidade demandada  $x$  do sistema de caixas de som Acrosonic é dada por:

$$P(x) = -0,02x + 400 \quad (0 \leq x \leq 20)$$

a) Determine a receita  $R(x)$ .

b) Construa seu gráfico.

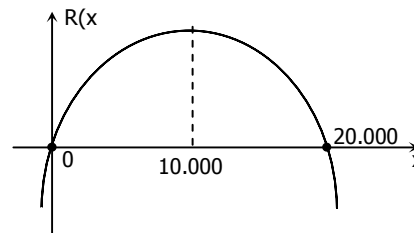
#### RESOLUÇÃO:

a) Receita =  $x \cdot P(x)$

$$R(x) = x(-0,02x + 400)$$

$$R(x) = -0,02x^2 + 400x$$

b) Gráfico



### QUESTÃO 90

Uma fábrica de peças, produz uma peça ao preço de R\$ 10,00 que devido aos dias passa a custar mais caro. Seja  $P(x) = x + 10$  a função que calcula o preço em função de  $x$ , onde  $x$  é dado em meses. A quantidade de peças fabricadas é dada por  $f(x) = 3000 - 5x$ . Considerando que não há perdas na venda determine a quantidade de meses para o lucro ser máximo.

#### RESOLUÇÃO:

Quantidade  $\cdot$  Preço = Lucro (neste problema)

$$L(x) = f(x) \cdot P(x)$$

$$L(x) = (x + 10) \cdot (3000 - 5x)$$

$$L(x) = 3000x - 5x^2 + 30000 - 50x$$

$$L(x) = -5x^2 + 30000 + 2950x$$

Tempo para que o lucro seja máximo  $\Rightarrow x_v$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-2950}{-10}$$

$$x_v = 295 \text{ meses}$$

